

引文格式: 杨成鹏, 冯炜森, 林江嵘, 等. 复合材料层压板疲劳性能评估的模型和方法[J]. 航空制造技术, 2023, 66(15): 40-59.

YANG Chengpeng, FENG Weisen, LIN Jiangrong, et al. Models and methodologies for fatigue property prediction of composite laminates[J]. Aeronautical Manufacturing Technology, 2023, 66(15): 40-59.

复合材料层压板疲劳性能评估的模型和方法*

杨成鹏¹, 冯炜森¹, 林江嵘¹, 郑茹悦¹, 贾 斐²

(1. 西北工业大学, 西安 710072;

2. 西安电子科技大学, 西安 710071)

[摘要] 复合材料层压结构的单轴和多轴疲劳性能研究已在表征模型和方法等方面取得了显著进展。针对纤维增强复合材料层压板疲劳性能的分析预测, 综述了疲劳损伤演化的曲线模型、剩余刚度模型、剩余强度模型、疲劳模量模型和 S-N 曲线模型的研究进展, 对疲劳失效判据和疲劳寿命预测的模型和方法进行了总结和分析, 并就疲劳研究的不足进行了综合阐述。研究表明, 疲劳损伤演化和寿命预测的理论模型多为宏观唯象模型, 很少涉及微细观损伤形式和机理; 针对多向层合板寿命预测的有限元方法虽然具有广泛适用性, 但是还不足以模拟复合材料的真实损伤路径和历程。在此基础上, 对后续复合材料疲劳损伤及寿命研究的重点方向进行了展望。

关键词: 复合材料; 疲劳寿命; 损伤演化; 疲劳判据; 复杂应力

DOI: 10.16080/j.issn1671-833x.2023.15.040



杨成鹏

副教授, 博士, 研究方向为先进复合材料及其结构的力学行为。

从 20 世纪 60 年代开始, 碳纤维增强树脂基复合材料由于比强度高、比模量大、可设计性好等诸多优越性能被广泛应用于航空领域。发展至

今, 复合材料在航空结构中的应用已不限于非承力结构, 而是有望大面积替代金属结构。与金属承力构件一样, 复合材料承载件也存在结构疲劳问题, 且疲劳损伤是引发结构失效的重要原因之一。因此, 复合材料的抗疲劳性能已成为结构安全性和可靠性的重要指标。鉴于此, 研究复合材料的疲劳性能具有重要的理论意义和工程价值。然而, 复合材料的不均匀性、脆性、各向异性、损伤演化的复杂性、不同铺层间的耦合效应以及显著的层间应力, 使得其疲劳性能的评估十分困难。

疲劳载荷的作用会严重影响复合材料层压板的基体、纤维-基体界面和层间结合性能。不同组分材料、不同铺层方式、不同载荷情况下复合材料的损伤机理不尽相同。试验表明, 在低幅疲劳载荷作用下, 复合材

料的损伤机理与静载情况相似, 可归纳为 4 种基本形式: 基体开裂、纤维-基体界面脱粘、分层、纤维断裂^[1]。不同模式的损伤萌生、扩展、耦合及相互促进, 共同导致了材料刚度及强度性能的退化。在复合材料层压板的疲劳损伤过程中, 大部分寿命阶段主要发生前 3 种形式的损伤, 纤维断裂主要发生在层压板临近破坏之前较短的时间内。

复合材料层压板的疲劳破坏过程可归结为损伤区(包括基体裂纹和分层)的扩展过程, 特别是分层扩展过程^[2]。疲劳损伤监测对揭示复合材料的疲劳损伤演化机理至关重要。Rosa 等^[3]应用红外热像仪监测了疲劳过程中复合材料的温度变化, 并基于温度变化趋势提出了一种确定复合材料疲劳极限的新方法。莫淑华等^[4]以电阻变化作为损伤参数, 建

* 基金项目: 国家自然科学基金(12072274); 陕西省自然科学基金基础研究计划(2021JM-123)。

立了复合材料累积损伤中电阻与疲劳损伤状态之间的关系,并对疲劳寿命进行了预报。程小全等^[5]采用超声 C 扫描技术对复合材料疲劳损伤进行了有效监测。近年来,先进损伤检测技术在复合材料疲劳领域得到广泛应用。

本文将对纤维增强复合材料在不同加载模式下的疲劳损伤-破坏形式和机理进行综合论述,并对用于疲劳损伤-破坏性能表征的损伤曲线模型、剩余刚度模型、剩余强度模型、疲劳模量模型和 S-N 曲线模型进行全面综述。同时,将对各类疲劳失效准则进行重点论述,并对复合材料疲劳寿命分析预测的模型和方法进行总结。

1 疲劳损伤演化

在复合材料层压板的疲劳性能研究中,材料的疲劳损伤演化是一个复杂问题。目前,定义复合材料损伤的常用变量有剩余刚度、剩余强度、疲劳模量、残余应变、柔度、声发射量、裂纹密度、裂纹尺度以及脱粘纤维分数或断裂纤维分数等^[6]。损伤演化表征的关键在于损伤参量的实时测量,损伤演化方程一旦确定,即可描述材料在疲劳过程中的性能退化行为,进而借助力学相关的理论和方法实现材料的疲劳寿命预报。

复合材料层压板的疲劳损伤模型主要包括损伤曲线模型、剩余刚度模型、剩余强度模型、疲劳模量模型等,下文逐一对其进行总结论述。

1.1 损伤曲线模型

Hwang 等^[7]认为在常幅疲劳荷载下,材料的损伤累积与初始损伤 D_0 、循环次数 n 、应力水平 Σ 、载荷频率 f 、环境温度 T 和湿度 M 等因素有关,即

$$D=D(D_0, n, \Sigma, f, T, M, \dots) \quad (1)$$

但绝大多数研究中,频率、温度、湿度及疲劳发热对疲劳损伤演化的影响很少在模型中涉及。

早期建立的简单损伤曲线模型仅为循环比的单调增函数,如 Palmgren-Miner (P-M) 定律^[7]:

$$D(n)=n/N=x \quad (2)$$

式中, N 为疲劳寿命; x 为循环比。该线性模型虽然没有涉及加载历史的影响,应用却很广。对于多级疲劳加载,定义 n_i 和 N_i 分别为第 i 级载荷的循环数和相应寿命,且 $x_i=n_i/N_i$, 则线性累积损伤量为

$$D(n)=\sum_{i=1}^k(x_i) \quad (3)$$

式(3)对随机载荷谱的疲劳分析非常有效,而对高-低或低-高应力次序的疲劳情形预测精度有限,其因为不同应力水平下的损伤模式和机理并不相同。改进后的 P-M 模型为

$$D(n)=\sum_{i=1}^k(x_i^\alpha) \quad (4)$$

该非线性模型对多级疲劳损伤性能的分析预测较为准确。而更具普适性的非线性损伤累积可描述为

$$D(n)=\sum_{i=1}^k(\beta x_i + \eta x_i^\alpha) \quad (5)$$

显然,损伤演化由参数 α 、 β 和 η 共同调控。

上述模型中不含有应力参量,因此被称为“应力无关模型”。Hwang 等^[7]对早期提出的其他应力无关模型进行了简短总结(表 1),这些模型以循环比进行损伤评估,形式简单,所描述的损伤具有单调性,便于工程实际应用,可以为复合材料疲劳行为的分析表征提供基础和参考。另外,表 1 中还涉及了个别“应力相关模型”。

模型中引入应力后,就可以表征应力参量对疲劳损伤演化的影响。Kawai 等^[8]针对复合材料单向板的常幅疲劳多次使用一个唯象损伤增长率模型,其积分结果为

$$D(n)=1-[1-\alpha(\beta+1)nS^{k(\omega)}]^{1/(\beta+1)} \quad (6)$$

式中, S 为最大疲劳应力;参数 k 假设为应力比 ω 的函数。该损伤增长率模型忽略失效过程细节,可被改

进用于复合材料单向板的偏轴疲劳损伤分析及寿命预测,并计入加载频率、平均应力和偏轴角度等因素对损伤增长的影响。Chen 等^[9]基于损伤面积的变化规律提出如下非线性疲劳损伤模型:

$$D(n)=F(\Sigma)\times F(f)\times F(\omega)\times \frac{1}{1+e^{-an}/\alpha\beta} \quad (7)$$

式中,三个函数被分别构建成应力水平、加载频率和应力比的线性方程;该模型不能描述材料临近断裂阶段的损伤演化特征。需要指出,以上模型不以刚度和强度等力学参量进行损伤定义,因此也不适合表征这些力学参数的真实退化规律。

试验研究表明,复合材料层压板的疲劳损伤累积通常可分为三个阶段,即损伤快速发展阶段、损伤缓慢增长阶段和临近破坏阶段,如图 1 所示。当然,也有学者提出“两阶段论”,即将 I、II 阶段归并为第一阶段。2000 年以后,学者针对三阶段全过程损伤演化模型做了大量工作。程光旭等^[10]针对复合材料的疲劳损伤特性,将损伤过程分为减速损伤和加速损伤两个阶段,并基于连续介质损伤力学方法建立疲劳损伤演化全过程模型,即

$$D(n)=D_s\{1-\exp[-(nf/k)^\alpha]\}+D_u[1-(1-x)^\beta] \quad (8)$$

式中, D_s 和 D_u 分别为第一阶段损伤饱和状态值和材料失效时的损伤临界值。该模型能较好模拟黏弹性复合材料的疲劳损伤全过程,但待定参数多。Mao 等^[11]提出了一个具有一定普适性且应用非常广泛的复合材料疲劳损伤演化全过程数学模型,即

$$D(n)=kx^\alpha+(1-k)x^\beta \quad (9)$$

该模型能准确描述复合材料在疲劳过程中的性能退化规律。Farahani 等^[12]考虑应力幅、应力比、最大应力、偏轴角度和界面性能对复合材料单向板疲劳损伤的影响,提出一种归一化疲劳损伤模型,即

表 1 早期疲劳损伤演化曲线模型^[7]

Table 1 Early models of fatigue damage evolution^[7]

贡献者	模型表达式	备注
Shanley	$D=CS^{kb}n$, C 和 $k(>1)$ 为常数, b 为 $S-N$ 曲线中间段的斜率	非线性模型, 包含最大疲劳应力 S
Henry	$D=x/[1+(1-x)/q]$, $q=(S-\sigma_x)/\sigma_x$ 为过应力比, σ_x 为原始试件的疲劳极限	该模型假定 $S-N$ 曲线可由循环数与过应力表征, 且疲劳极限随着损伤的累积不断变化, 各级疲劳损伤对应不同的疲劳极限和疲劳寿命
Corten-Dolan	$D=mcn^a$, m 为损伤核的数量, c 和 a 为应力条件的函数	模型假定损伤核一旦形成, 将在后续疲劳模块中延续并扩展, 从而计及载荷历史的影响; 损伤核的增长率仅取决于应力水平, 与加载历史无关; 为了预测多级疲劳寿命, 假定 a 为常数
Gatt	$D=\{S/[x/(1-\beta)+S(1-x)/(S-\sigma_x)]\}^a$	该模型假定损伤函数与应变能相关, 剩余强度退化率与损伤成比例, 而疲劳极限与剩余强度成比例, 剩余强度与外加应力相等时材料失效
Manson	裂纹萌生阶段 $D=n/(N-\alpha N^{0.6})$, 裂纹扩展阶段 $D=n'/(aN'^{0.6})$, $N>730$	该模型为基于裂纹萌生和扩展的载荷循环数的双线性损伤定律
Owen-Howe	$D=\alpha x-\beta x^2$	该应力无关二次模型, 是基于试验现象提出的
Subramannyan	$D=(\lg N'-\lg N)/(\lg N'-\lg n)$, N' 为疲劳极限 σ_x 对应的循环数	该非线性损伤模型是基于 $S-N$ 曲线提出的
Lemaitre-Plumtree	$D=1-(1-x)^a$, a 为材料常数	在应变控制情形下, 模型中 $a=1/(b+1)$; 而在应力控制情形下, $a=1/(a+b+1)$, a 和 b 为材料常数
Fong	$D=[\exp(kx)-1]/[\exp(k)-1]$, k 为常数	该非线性模型假定损伤随 D 线性变化, 而损伤量是循环比的函数, 模型预测结果与许多物理变量模型相匹配
Hwang	$D=(b-N^c)/(b-n^c)$, b 和 c 为材料常数	该模型基于疲劳模量的概念和应变的变化规律提出
	$D=(n/N)^c[(b-N)^c/(b-n^c)]$	该模型与 P-M 模型相比具有较好的疲劳损伤及寿命预测精度

$$D(n) = \frac{E_m V_m}{E_c} \left[\frac{(1-\eta) \ln(n+1)}{\ln(N)} + \eta x \right] - \left[1 - \frac{\Sigma(1-\omega)}{2} \right] \frac{E_f V_f \cos \theta \ln(1-x)}{E_c \ln(1/N)} \quad (10)$$

式中, E_c 、 E_m 、 E_f 分别为复合材料、基体和纤维的刚度; V_m 、 V_f 分别为基体和纤维的体积分; θ 为偏轴角度。该模型能较好描述复合材料单向板的三阶段刚度衰减规律, 且涉及的影响因素多, 也受到了较多关注。Wu 等^[13] 考虑到已有损伤模型很难描述复合材料的完整疲劳损伤演化过程, 基于复合材料的唯象刚度退化规律, 提出了一个通用的全过程损伤曲线模型, 即

$$D(n) = 1 - (1-x^\beta)^\alpha \quad (11)$$

通常取 $\alpha = 0.67\beta + 0.44$, $\beta = \gamma \lg N / (1-\omega)\Sigma$ 。该模型也得到了大量引用, Liu 等^[14] 对式 (11) 进行了改进, 表达式变为

$$D(n) = 1 - \sin[\pi(1-x^\beta)^\alpha / 2] \quad (12)$$

该模型式 (11) 的预测精度有所改善, 因而也引起了一定关注。Mu 等^[15] 以剩余刚度或剩余强度的退化规律为基础, 提出如下全过程非线性损伤累积模型:

$$D(n) = 1 - (1-x^\alpha) / (1-\eta x^\beta) \quad (13)$$

该模型对损伤发展过程的描述能力较好。Shiri 等^[16] 提出了一个基于刚度的疲劳损伤模型, 其表达式为

$$D(n) = \frac{\sin(\alpha x) \cos(\alpha - \beta)}{\sin \alpha \cos(\alpha x - \beta)} \quad (14)$$

通常取 $\alpha = 2.5\beta - 0.85$, $\beta = k[\exp(\Sigma) / \lg N]^{0.5}$, k 为比例系数。该模型也能描述损伤三阶段特征, 具有一定普适性, 且模型参数少、不限于常幅疲劳的情形, 应用较为广泛。Gao 等^[17] 对式 (14) 进行了改进, 以表征刚度和强度的退化行为, 分析验证表明

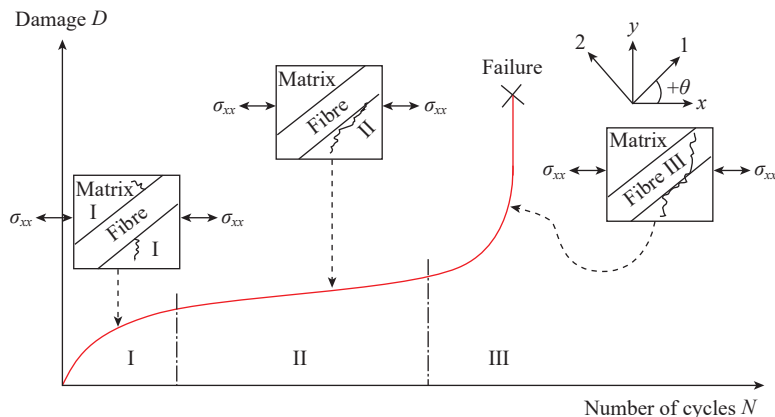


图 1 单向复合材料的疲劳损伤演化过程^[12]

Fig.1 Fatigue damage evolution process of unidirectional composites^[12]

Gao 模型比 Mao^[11] 和 Shiri^[16] 模型的数据拟合能力更强。赵晟等^[18] 为了研究纤维增强树脂复合材料在疲劳载荷作用下的损伤发展规律,提出了一种基于复合材料剩余强度的归一化衍生疲劳损伤模型,其表达式为

$$D(n) = 1 - (1 - x^\alpha)^{\exp(\beta x)} \quad (15)$$

该模型假定累积损伤与应力水平呈线性关系,可通过既定应力水平的试验数据衍生给出其他应力水平下的损伤曲线。式(8)~(15)均为三阶段全过程单函数形式的损伤曲线模型,由其针对 AS-4/PEEK 复合材料 [0/45/90/-45]_{2s} 层压板在应力比 $\omega=0.2$ 时的疲劳损伤数据的拟合曲线(图2)可以看出, P-M 定律虽然应用广泛,但对损伤过程的表征效果较差;其余模型对三阶段损伤演化过程的表征效果良好, R^2 值均超过 0.9, 拟合精度高;其中 Mao^[11]、Wu^[13] 和 Shiri^[16] 模型应用较为广泛。通常来讲,疲劳模型中的待定参数多则拟合效率低,但表征精度会提高。下文的剩余刚度模型、剩余强度模型等都是如此。疲劳分析中一般建议选取 2~3 个待定参数的模型,此时效率和精度可兼顾。

基于“两阶段论”的分段函数模型较少。齐红宇等^[19] 运用损伤力学

理论,基于应变等效性,考虑残余应变的影响,针对复合材料层压板,建立了刚度演化的两阶段损伤曲线模型,即

$$D = \begin{cases} 1 - \left[1 - a_1 \left(\frac{S}{E_0} \right)^{b_1} x^{c_1} \right], \\ 1 - a_2 \left(\frac{S}{R_0} \right)^{b_2} (\lg n)^{c_2}, (n \leq n_c) \\ 1 - \left[a_3 + b_3 \left(\frac{S}{E_0} \right) + c_3 n \right], \\ \left[a_4 + b_4 \left(\frac{S}{R_0} \right) + c_4 \lg n \right], (n \geq n_c) \end{cases} \quad (16)$$

式中, R_0 为初始强度; n_c 为损伤转折点; a_i 、 b_i 和 c_i 为材料试验常数,该模型得到了一定的引用。程小全等^[20] 则提出了简化的两阶段模型,即

$$D = \begin{cases} 1 - \left[1 - a_1 \left(\frac{S}{R_0} \right)^{b_1} x^{c_1} \right], n \leq n_c \\ 1 - \left[a_2 + b_2 \lg \left(\frac{S}{R_0} \right) + c_2 \lg(n) \right], n \geq n_c \end{cases} \quad (17)$$

式(17)大幅减少了参量,式(16)和(17)均具有描述疲劳损伤三阶段完整过程的能力,虽然待定参数偏多,拟合效率不高,由于采用了分段模拟的策略,所以更能逼近试验数据。

此外,研究者还提出了 I-II 两阶段单函数模型。Ye^[21] 根据疲劳裂纹

随循环数的扩展机理,针对复合材料的模量退化提出了一个两参数唯象模型:

$$D(n) = [(\alpha + 1)\beta n S^{2\alpha}]^{1/(\alpha + 1)} \quad (18)$$

该模型不考虑第 III 阶段的损伤过程,只描述复合材料第 I、II 阶段的刚度退化行为。Liu 等^[22] 假定层压板宏观损伤与裂纹密度、分层尺寸相关,并基于裂纹密度和分层尺寸增长率随外加应力、当前损伤的试验变化规律,导出比式(18)更具一般性的三参数损伤演化方程,即

$$D(n) = [kn S^\beta]^{1/\alpha} \quad (19)$$

显然,该模型同样只关注 I、II 阶段的疲劳损伤演化行为。类似的,还有刘关心等^[23] 提出的模型:

$$D(n) = \frac{\Sigma}{1 - \Sigma} \left(\frac{\beta}{\beta - n^\alpha} - 1 \right) \quad (20)$$

该模型基于疲劳应变定义损伤。Huang 等^[24] 亦考虑到第 III 阶段的损伤扩展不稳定且很难捕获,因此仅针对前两个阶段提出了如下损伤曲线模型:

$$D(n) = \frac{\alpha \cdot \Delta T \cdot n^{1/\beta}}{1 - \gamma}, \beta \geq 1 \quad (21)$$

式中, ΔT 用以表征材料的疲劳发热效应,可表示为最大疲劳应力 S 的双线性函数; γ 为损伤第 II 阶段末的正

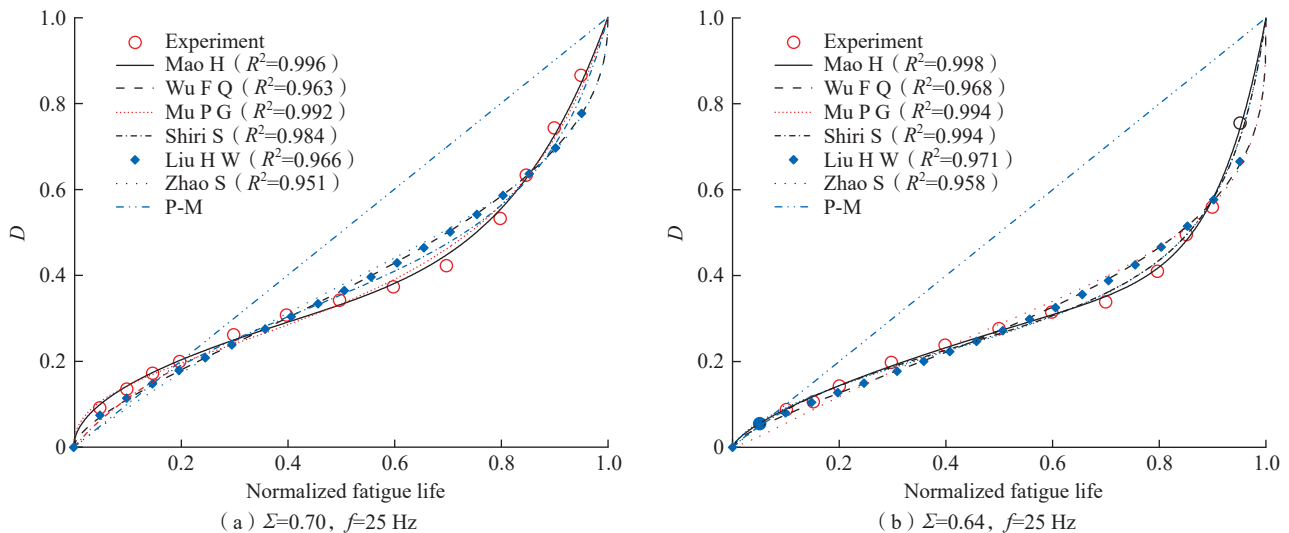


图2 三阶段损伤演化模型的数据拟合曲线
Fig.2 Data fitting curves of three-stage damage evolution models

则化刚度值; α 和 β 是材料相关常数, 与温度和循环次数无关。

需要指出, 单轴常幅疲劳加载的损伤演化模型是多轴、多级、变幅疲劳损伤演化及寿命分析预测的基础。例如, 廉伟等^[25]为了表征复合材料层压板的疲劳性能, 应用 Mao 损伤演化模型^[11]对单层材料纵向、横向及剪切模量的退化行为进行了表征。类似地, 上述其他损伤曲线模型也可以改进用于多向层压板在简单或复杂疲劳应力下的损伤表征。

1.2 剩余刚度模型

通常情况下, 复合材料层压板的疲劳刚度演变具有三阶段特征, 即快速下降阶段、缓慢下降阶段和临近失效骤降阶段。剩余刚度模型不仅可以描述复合材料在疲劳过程中的刚度变化规律, 还可以表征材料的疲劳损伤历程。剩余刚度模型的第一类函数形式为

$$\frac{E_0 - E(n)}{E_0 - E_u} = g(n) \quad (22)$$

式中, $E(n)$ 为第 n 次循环结束的剩余刚度, E_0 为初始刚度, E_u 为材料失效时的临界刚度。不少学者定义上式为疲劳损伤, 即 $D(n) = g(n)$, 因此, 可根据第 1.1 节的模型给出诸多 $g(n)$ 表达式, 以表征不同材料在不同疲劳加载方式下的刚度退化。

应该指出, 有些 $g(n)$ 模型并不足以表征刚度演变的三阶段特征, 例如 Wu 等^[26]基于刚度退化提出的单参数幂律公式:

$$g(n) = x^\alpha \quad (23)$$

但是, 该模型简单而常被引用。邱睿等^[27]考虑纤维体积分数 V_f 和应力水平 Σ 对复合材料单向板疲劳损伤演化的影响, 将广泛应用的式(9)进行变更, 提出如下模型:

$$g(n) = (\Sigma^a V_f^b) x^{\Sigma^c} + (1 - \Sigma^a V_f^b) x^{(1/\Sigma)^d} \quad (24)$$

该模型可描述刚度的三阶段退化特征。廉伟等^[28]则提出如下三阶段唯象模型:

$$g(n) = 1 - (1 - x^\alpha) / (1 - x)^\beta \quad (25)$$

式中, 参数 α 和 β 分别决定曲线初始段和临近失效段的刚度退化量及退化速率; 该模型引用较多。宗俊达等^[29]将层压板在拉-拉疲劳作用下的失效模式分为纤维间破坏、纤维随机断裂和层间开裂三种类型, 并分析了不同失效模式与剩余刚度的量化关系, 提出一个集成各失效模式影响的剩余刚度退化复合模型, 表达式为

$$g(n) = \alpha [1 - (1 - x)^\beta] + (1 - \alpha)x \quad (26)$$

式中, α 值越大表示纤维间破坏对刚度变化的贡献越大; 该模型适用于精确描述复合材料三阶段剩余刚度下降规律。Suzuki 等^[30]则针对 GFRP 提出了一个损伤演化模型, 即

$$g(n) = \lambda \left(\ln \frac{1}{1 - x} \right)^{1/k} \quad (27)$$

该模型被证明亦可准确描述刚度的三阶段退化规律。

剩余刚度模型的第二类函数形式可表示为

$$\frac{E(n)}{E_0} = 1 - \left(1 - \frac{E_u}{E_0} \right) g(n) = g'(n) \quad (28)$$

该类模型较多。其中, Liu 等^[22]基于式(19)提出了一个常幅疲劳模型, 表达式为

$$g'(n) = 1 - (knS^\beta)^{1/\alpha} (1 - \Sigma) \quad (29)$$

该模型只能描述刚度演变的 I-II 两阶段, 引用率不高。相反地, Whitworth^[31]的工作受到了较多关注, 其假设石墨/环氧层压板在常幅循环载荷下的剩余刚度单调下降, 给出

$$[g'(n)]^\alpha = 1 - \beta x \left(1 - \frac{E_u}{E_0} \right)^\alpha \quad (30)$$

该模型通过调整参数 α , 可表征剩余模量的线性或非线性的变化规律。此后, Whitworth^[32]又提出了新的刚度退化模型, 即

$$[g'(n)]^\alpha = -\beta \ln(n+1) + \left(\frac{E_0}{E_u} \right)^\alpha \quad (31)$$

模型中的 E_u 可基于 Lee 提出的剩余

刚度与强度关系式进行代换。Yang 等^[33]的工作同样备受关注, 其针对石墨/环氧层压板的疲劳, 提出了一个幂函数剩余刚度退化模型, 两种表达式为

$$\begin{cases} g'(n) = -cx^k + d \\ g'(n) = 1 - [a + b(\alpha + \beta S)]n^{\alpha + \beta S} \end{cases} \quad (32)$$

该模型可描述剩余刚度的单调非线性退化过程。与式(32)类似, 冯培锋等^[34]提出了一个指数型的刚度衰减模型:

$$g'(n) = \exp\{-[a + b(\alpha + \beta S)]n^{\alpha + \beta S}\} \quad (33)$$

该模型适用于剩余刚度随加载周次的增加而单调递减的复合材料。Wu 等^[26]则基于 Lee 提出的疲劳剩余刚度与强度关系式对式(23)进行改进, 给出

$$g'(n) = 1 - \left[1 - \left(\frac{S}{kR_0} \right)^{1/n} \right] x^\alpha \quad (34)$$

此为三参数模型。王丹勇等^[35]针对复合材料单向板在拉-拉和压-压疲劳性能退化, 对式(34)做进一步更改, 表达式变为

$$g'(n) = 1 - \left[1 - \left(\frac{S}{kR_0} \right)^{1/n} \right] x^{\alpha + \beta S} \quad (35)$$

此为四参数模型。而杜双明等^[36]给出的脆性基体复合材料的模量下降函数关系为

$$g'(n) = 1 - [\beta(1 + \alpha)nS^{2\alpha}]^{1/(1 + \alpha)} \quad (36)$$

该模型仅需要确定常数 α 和 β 的值, 即可模拟材料的损伤演化行为。式(29)~(36)均不能表征具有三阶段特征的刚度退化行为。

Ramakrishnan 等^[37]提出一个基于物理机制的三阶段疲劳损伤演化模型, 是式(10)建立的基础; 该模型综合考虑了基体开裂、纤维-基体界面脱粘以及纤维断裂等多种损伤形式对单向板刚度退化的影响机理, 因而得到了不少关注, 其表达式为

$$g'(n) = 1 - \frac{E_m V_m}{E_c} \left[\frac{(1-\eta) \ln(n+1)}{\ln(N)} + \eta x \right] + \frac{E_f V_f (1-\Sigma) \ln(1-x)}{E_c \ln(1/N)} \quad (37)$$

式中, η 为界面参数, 表征界面性能的影响, 当界面结合非常弱时, 可令 $\eta=0$; 否则, $0 < \eta < 1$; 模型中, 不同损伤形式引起的刚度退化由对数函数和线性函数的组合进行描述。Wang 等^[38] 同样考虑剩余模量演变的三阶段特征, 给出

$$g'(n) = \alpha \ln\left(\frac{x}{\gamma-x}\right) + \beta \quad (38)$$

贾宝惠等^[39] 则基于“两阶段论”提出了如下刚度降模型:

$$g'(n) = \begin{cases} 1 - \alpha \left(\frac{S}{E_0}\right)^\beta \left(\frac{n}{N}\right)^\gamma, & n \leq n_c \\ a + b \left(\frac{S}{E_0}\right) + c \left(\frac{n}{N}\right), & n \geq n_c \end{cases} \quad (39)$$

该模型得到了一定引用。此外, 第 1.1 节中基于刚度退化的损伤曲线模型与本节剩余刚度模型实质上是相通的。因此, 根据关系式 $g'(n) = 1 - D(n)$, 结合式(16)或(17), 也可以描述剩余模量的三阶段退化行为。

上述模型虽然适用于单轴疲劳加载情形, 但可拓展用于多轴疲劳应力作用下复合材料各轴向剩余刚度的退化分析。Tserpes 等^[40] 考虑三维应力状态, 将复合材料的各向异性剩余模量用改进的 P-M 定律进行表征:

$$E_{ij}(n) = \left[\alpha \left(\frac{n}{N_{ij}}\right) + 1 \right] E_{ij}^0 \quad (40)$$

式中, E_{ij}^0 为初始模量。应该指出, 在各轴向上, 可根据实际损伤过程选择更合理的刚度退化模型。

1.3 剩余强度模型

剩余强度也是复合材料层压板疲劳性能研究的重要内容和方向。应力相关的疲劳剩余强度模型的第一类函数形式^[41] 为

$$\frac{R(n) - S}{R_0 - S} = f(n) \quad (41)$$

式中, R_0 为材料初始强度; $R(n)$ 为 n 次循环剩余强度。与剩余刚度模型类似, 可根据第 1.1 节的损伤曲线模型给出诸多 $f(n)$ 表达式。

Broutman 等^[42] 为了预测两级荷载下的疲劳寿命, 基于 P-M 定律提出了一个新理论, 将剩余强度函数定义为循环比的线性函数, 即

$$f(n) = 1 - x \quad (42)$$

该模型不需要进行剩余强度试验, 且在所有加载情况下的寿命预测都偏于安全。Mohandesi 等^[43] 针对 CFRP 多向层压板在任意疲劳应力水平下的损伤累积现象, 提出了一个新的剩余强度退化模型, 即

$$f(n) = 1 - \sin\left(\frac{\pi}{2} x^\alpha\right) \quad (43)$$

该式较 P-M 定律有明显改进。Schaff 等^[44] 为了预测复合材料在两级疲劳荷载下的剩余强度和寿命, 提出了一个基于强度衰减的非线性磨损模型, 该模型是关于循环次数的单调递减函数, 表达式为

$$f(n) = 1 - x^\alpha \quad (44)$$

式中, 指数 α 可用来调整强度退化曲线的形状和路径; 鉴于此, 该模型得到广泛引用。王丹勇等^[35] 给出式(44)中参量 α 的另一种表达, 有

$$f(n) = 1 - x^{\alpha+bs} \quad (45)$$

该模型适用于单向板在任意应力比下的拉-拉和压-压疲劳剩余强度分析。D'Amore 等^[45] 假定复合材料疲劳剩余强度的持续退化满足指数法则, 从而给出一个随机两参数模型, 即

$$f(n) = \exp\left[-\left(\frac{x}{\eta}\right)^\mu\right] \quad (46)$$

式中, μ 为形状因子; η 为特征循环数, 是一个具有统计含义的尺度因子。需要指出, 复合材料层压板的疲劳剩余强度退化过程与剩余刚度类似, 通常也会表现出三阶段特征, 这种情况下式(42)~(46)并不具有适用性。

相反, Philippidis 等^[46] 考虑复

合材料层压板疲劳损伤演化的三阶段特征, 将式(44)中参量 α 表示成循环比的函数, 提出了改进后的剩余强度模型, 即

$$f(n) = 1 - x^{\alpha \exp(bx)} \quad (47)$$

此双参数模型应用广泛。姚卫星等^[47] 考虑聚合物基复合材料的多种损伤机理和疲劳剩余强度退化的三阶段特征, 提出了一个更加符合试验现象的非线性模型, 受到了较多关注; 该模型从宏观唯象的角度描述了疲劳损伤的发展, 表达式为

$$f(n) = 1 - \frac{\sin(bx) \cos(b-a)}{\sin b \cos(bx-a)} \quad (48)$$

通常可取 $b=2\pi/3$, $a=0.5b$ 。廉伟等^[28] 假设材料的剩余刚度和剩余强度取决于同一损伤状态, 从而基于剩余刚度模型(式(25))给出具有三阶段衰减规律的剩余强度模型:

$$f(n) = 1 - [1 - (1 - x^\alpha) / (1 - x)^\beta]^\gamma \quad (49)$$

该模型可在剩余刚度退化规律已知的情况下, 通过少量剩余强度试验确定材料的强度退化规律。Adam 等^[48] 基于不同层压板疲劳响应曲线的相似性, 引入正则化的剩余强度因子和剩余寿命因子, 提出了双因子交互疲劳模型, 以表征从轻微磨损到突然死亡的损伤过程, 该模型是一个双参数幂律模型, 其表达式为

$$f(n) = \left[1 - \left(\frac{\lg n - \lg 0.5}{\lg N - \lg 0.5} \right)^\alpha \right]^{1/\beta} \quad (50)$$

该式被称为“正则化剩余强度模型”, 相比于单指数模型具有明显优势, 其数据拟合能力更强, 应用较广。吴富强等^[49] 根据复合材料的疲劳损伤机理和剩余强度随循环次数的三阶段演变规律, 提出了另一个剩余强度递降模型, 即

$$f(n) = (1 - x^\alpha)^\beta \quad (51)$$

其中, 假定循环数 n_0 处的强度衰减率最低, 进而给定材料常数 α 和 β 的关系为

$$\beta = 1 + \left(1 - \frac{1}{\alpha}\right) \left[\left(\frac{n_0}{N}\right)^{-\alpha} - 1\right] \quad (52)$$

该模型可用于表征不同应力水平和铺层形式下的疲劳剩余强度演化。邱睿等^[27]假定剩余强度与剩余刚度的演化函数在形式上完全相同,从而在式(24)的基础上给出了单向板的剩余强度模型:

$$f(n) = (\Sigma^a V_f^b) x^{\Sigma^c} + (1 - \Sigma^a V_f^b) x^{(1/\Sigma)^d} \quad (53)$$

该模型亦可描述剩余强度的三阶段退化特征。边文凤等^[50]为了准确描述FRP层压板的三阶段疲劳强度退化行为,提出了一个复杂的幂律函数模型:

$$\begin{cases} f(n) = 1 - f_0(x) + [f_0(x) - 1]x \\ f_0(x) = c_1 x^{c_2} + c_3 x^{c_4} [1 + \exp(c_5 x - c_6)] \end{cases} \quad (54)$$

式中, $c_1 \sim c_6$ 均为非负待定系数;该模型引入的参数偏多,参数识别较为困难,但预测精度较高。Wang等^[38]同样考虑剩余强度的三阶段退化行为,但未采用式(41)的函数形式,给出

$$\frac{R(n)}{R_0} = \alpha \ln\left(\frac{x}{\gamma - x}\right) + \beta \quad (55)$$

该三参数模型的拟合效率和精度均较好。

上述剩余强度模型中均不包含应力比 ω 。D'Amore等^[51]将材料强度递降率构造为循环次数和应力幅的幂律函数,提出了一个新的较常用的两参数剩余强度模型,其表达式为

$$R(n) = R_0 - \alpha S(1 - \omega)(n^\beta - 1) \quad (56)$$

该模型包含应力比但不适用于具有三阶段强度衰减特征的材料。Yang等^[52]提出并大量应用一个三参数疲劳剩余强度退化模型:

$$R^\alpha(n) = R_0^\alpha - F(S, \omega, f)n = R_0^\alpha - \beta^\alpha k S^\gamma n \quad (57)$$

该模型比一般工程模型具有优势,可退化为Hahn模型^[53],即

$$R^\alpha(n) = R_0^\alpha - c D n \quad (58)$$

式中参数 D 与外加应力有关;同时式(57)可基于强度-寿命等秩假设

变换为

$$R^c(n) = R_0^c - \frac{R_0^c - S^c}{R_0^\alpha - S^\alpha} \beta^\alpha k n [(1 - \omega) S]^\gamma \quad (59)$$

此为四参数模型,一旦待定参数通过两组少量试验数据确定后,该综合模型即可用于评估任意应力水平下的疲劳寿命和任意循环次数时的剩余强度。

针对复合材料层压板建立的其他一些剩余强度模型符合第二类函数形式为

$$\frac{R^\alpha(n) - S^\alpha}{R_0^\alpha - S^\alpha} = f'(n) \quad (60)$$

该类模型中,Hashin^[54]和Whitworth^[31]假定剩余强度达到疲劳峰值应力时材料失效,给出式(57)中函数 $F(S)$ 的另一种表达,最终导出

$$f'(n) = 1 - x \quad (61)$$

该模型缺乏内在物理基础,仅仅为一种可能的数学表示,但引用较多。Hashin^[54]考虑到疲劳数据一般通过对数关系进行描述,为了模拟多级疲劳荷载下复合材料的剩余强度与寿命,将式(61)中的循环数与疲劳寿命分别取对数,给出

$$f'(n) = 1 - \frac{\lg n}{\lg N} \quad (62)$$

并建立了多级疲劳荷载下的剩余寿命和剩余强度的分析预测模型,式(62)也常用。Sarkani等^[55]假定剩余强度随疲劳次数的递降率服从三参数幂律公式,并积分得到如下模型:

$$f'(n) = 1 - x^\beta \quad (63)$$

式中,参数 β 可视为 S 的函数。由于剩余强度和剩余刚度取决于材料的同一损伤状态,两者存在必然关联,Whitworth^[31]将式(30)和式(61)联立,给出剩余强度-刚度关联模型,即

$$f'(n) = 1 - \left[\frac{E_0^c - E^c(n)}{\beta(E_0 - E_u)^c}\right] \quad (64)$$

冯培锋等^[56]基于式(33)的简化模型,从唯象学的角度提出了一个与剩余刚度相关联的剩余强度衰减模型,即

$$f'(n) = 1 - \left[-\frac{1}{b} \ln\left(\frac{E(n)}{E_0}\right)\right]^{1/(a+ks)} \quad (65)$$

式中, b 依赖于应力水平、应力比、加载频率、环境条件等;该模型可预报复合材料层压板在疲劳应力 S 作用下刚度下降为某一值时的剩余强度值。此外,Whitworth^[57]基于式(31)求出疲劳寿命,然后代入式(61),得出如下关系式

$$f'(n) = 1 - n \left\{ \exp\left[\frac{1}{\beta} \left[\left(\frac{aR_0}{S}\right)^{c/b} - 1\right]\right] - 1 \right\}^{-1} \quad (66)$$

该式直接给出了某一应力水平下剩余强度与循环次数的关系,得到了较多应用。

目前,鲜有文献对各类模型进行综合分析评价。Philippidis等^[46]针对三种复合材料选取了部分经典剩余强度模型开展了适用性验证,试验结果与模型拟合曲线见图3。结果表明,所选模型对不同材料在不同疲劳情形下的数据拟合能力有限,这也正是剩余强度模型多样化的一个重要原因。上述全部剩余强度模型均是在单轴加载情形下提出的,但也可以用于各向异性复合材料在复杂疲劳应力作用下的各轴向剩余强度分析。Tserpes等^[40]在三维应力下,使用了第1.1节中的Owen-Howe模型来描述剩余强度演变,即

$$R_{ij}(n) = \left[\alpha \left(\frac{n}{N_{ij}}\right) + \beta \left(\frac{n}{N_{ij}}\right)^2 + 1\right] R_{ij}^0 \quad (67)$$

式中, R_{ij}^0 为材料各轴向原始强度;同样地,其他剩余强度模型对于多应力疲劳也具有应用价值。

1.4 疲劳模量模型

对线弹性复合材料而言,用剩余模量表征疲劳损伤演化是合理的;而对于非线性复合材料,研究认为采用疲劳模量更合适。如图4所示,Hwang等^[58]将疲劳模量定义为

$$F(n, \Sigma) = \frac{S}{\varepsilon(n)} = R_0 \frac{\Sigma}{\varepsilon(n)} \quad (68)$$

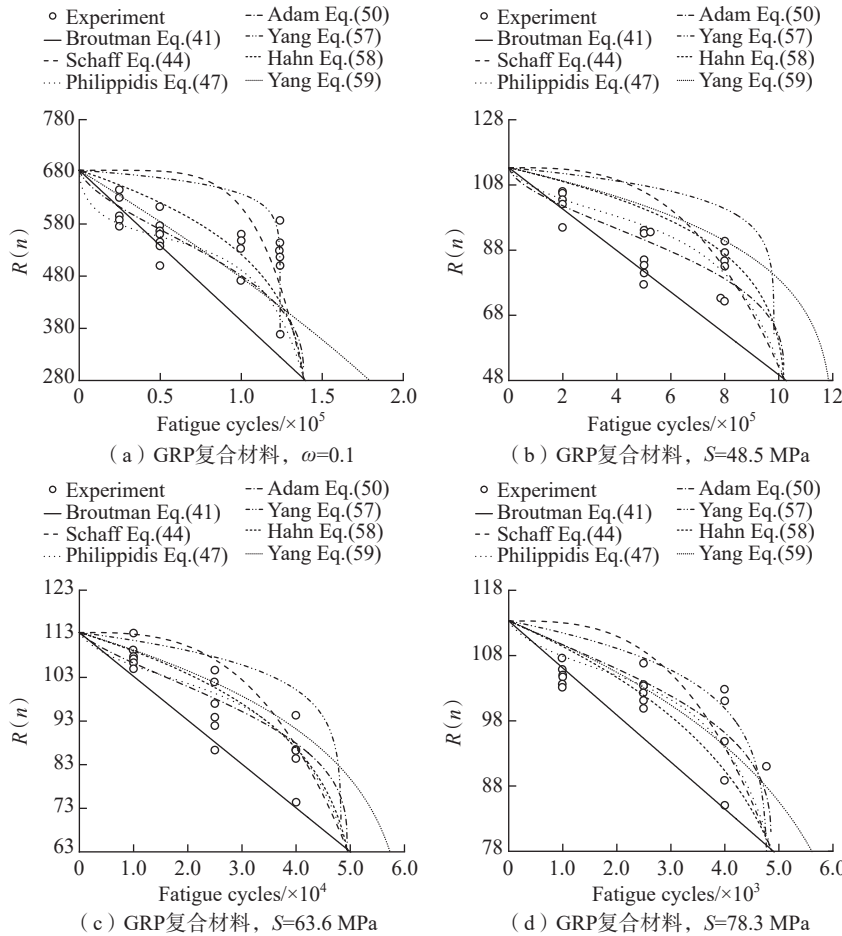


图3 剩余强度模型的数据拟合曲线^[46]
Fig.3 Data fitting curves of selected residual strength models^[46]

式中, $F(n, \Sigma)$ 是第 n 次载荷循环时的疲劳模量; $\varepsilon(n)$ 是第 n 次载荷循环时的总应变。一般假定疲劳模量的演化服从广义三参数递降规律^[6], 即

$$\frac{dF(n)}{dn} = -\frac{\alpha k \cdot n^{k-1}}{\beta [F(n)]^{\beta-1}} \quad (69)$$

其中应用较多的称为双参数幂函数定律, 即

$$dF(n)/dn = -\alpha k \cdot n^{k-1} \quad (70)$$

对式 (70) 积分, 考虑到边界条件 $F(0) = E_0$, 且 $F(N) = \Sigma E_0$, 有

$$\frac{F(n)}{E_0} = 1 - (1 - \Sigma) \left(\frac{n}{N}\right)^k \quad (71)$$

此即简单的疲劳模量退化模型。

Yang 等^[59] 将提出的剩余刚度模型进行参数替换, 给出

$$F(n) = g(S)E_0 [1 + (k + acS)n^{b+cS}] \quad (72)$$

式中, $g(S)$ 为函数, 反映了初始疲劳模量与弹性模量之间的关系。张开达^[60] 基于广义三参数递降模型, 定义了疲劳模量的变化率为

$$\frac{dF(n)}{dn} = -\frac{\alpha}{n\beta [F(n)]^{\beta-1}} \quad (73)$$

李亚智等^[61] 在研究多向层压板的疲劳累积损伤及寿命时, 对式 (73) 进行积分, 给出了疲劳模量随循环次数的变化关系, 即

$$F(n) = (E_0^\beta - \alpha \ln n)^{1/\beta} \quad (74)$$

并基于该式进行了疲劳寿命分析。

虽然关于疲劳模量模型的研究较少, 但必须指出, 疲劳模量本质上是一个刚度参数, 因此, 从理论上讲, 疲劳模量模型可依据前述剩余刚度模型进行延伸和发展; 对于不同的复合材料层压板, 完全可以根据其疲劳模量的退化规律选择合适的剩余

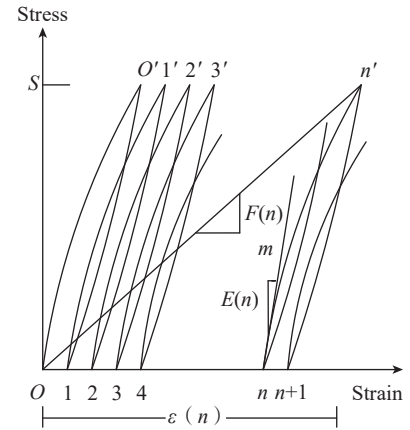


图4 疲劳模量示意图^[58]
Fig.4 Schematic of fatigue modulus^[58]

刚度模型函数, 进而实现其疲劳损伤演化和寿命的分析预测。

2 应力-寿命曲线模型

文献研究表明, Basquin 模型是应用最为广泛的一类 $S-N$ 曲线模型^[62], 其两种对数表达式为

$$\begin{cases} S = \alpha + \beta \lg N \\ \lg S = \alpha + \beta \lg N \end{cases} \quad (75)$$

该模型参数少, 数据拟合能力通常较弱, 拟合精度较差。之后, 研究者通过高周疲劳试验结果假定存在疲劳极限应力 σ_∞ , 并认为当载荷不大于该值时复合材料的疲劳寿命无限长。据此, Stromeyer^[63] 在式 (75) 中引入了 σ_∞ , 给出

$$S - \sigma_\infty = \alpha N^\beta \quad (76)$$

该模型的拟合能力和精度依然较低。Weibull 对上式作了改进, 提出如下模型:

$$\frac{S - \sigma_\infty}{R_0 - \sigma_\infty} = \exp[-\alpha (\lg N)^\beta] \quad (77)$$

该模型的数据拟合能力较好, 对不同应力比的适用性较强。Xiao^[64] 通过试验研究了加载频率对热塑性复合材料疲劳寿命的影响, 并提出了一个四参数 $S-N$ 曲线模型, 其中不仅考虑了温度效应, 也包含疲劳极限, 表达式为

$$S = \beta_T \left[\sigma_\infty + \frac{R_0 - \sigma_\infty}{(1 + \alpha_T \beta_T N)^\alpha} \right] \quad (78)$$

式中, α_T 和 β_T 为偏移因子; α_T 表征

S-N 曲线随温度的偏转, β_T 表征静强度随温度变化导致的曲线偏移。Kohout 等^[65] 针对低周和高周全域的疲劳 S-N 曲线表征, 提出如下函数表达式:

$$S = \sigma_\infty \left(\frac{N + \alpha}{N + \eta} \right)^\beta = R_0 \left(\frac{1 + N/\alpha}{1 + N/\eta} \right)^\beta \quad (79)$$

该模型被引较多, 因其具有很多优点, 如更好的试验数据拟合效果, 参数具有明确的技术和几何含义且数值更精确, 模型函数更适合低周和高周疲劳曲线的插值与外推。

然而, 超高周疲劳试验研究表明, 疲劳极限严格来说并不存在。同时, 文献调研也发现, 绝大多数 S-N 模型中并不包含疲劳极限, 而是以应力水平的形式进行表达。Sendekyj^[66] 针对复合材料提出如下寿命模型:

$$\Sigma = \frac{S}{R_0} = \frac{1}{(1 - \alpha + \alpha N)^\beta} \quad (80)$$

该式拟合能力较强, 适用于不同应力比情形。Hwang 等^[58] 在研究了玻璃纤维增强环氧树脂复合材料疲劳模量退化规律的基础上, 基于最大应变失效准则导出如下较常使用的 S-N 模型:

$$\Sigma = 1 - \alpha N^\beta \quad (81)$$

该模型的特征能力与式(75)相当。而韩京燮等^[6] 则给出三参数寿命模型:

$$\Sigma = \left[1 - \frac{\alpha N^\beta}{E_0^k} \right]^{1/k} \quad (82)$$

式中, k 也为拟合参数。金宏彬^[67] 认为疲劳损伤过程是材料中主缺陷的形成和扩展过程, 并根据缺陷尺寸随循环次数的变化规律, 定义了等效缺陷长度和等效循环次数, 导出了一个 S-N 曲线模型, 表达式为

$$\Sigma = \exp \left[- \left(\frac{\lg N}{\lg N_C} \right)^k \right] \quad (83)$$

该式被称为“有效缺陷模型”, 式中 N_C 为特征循环次数, k 为曲线的形状因子。Revuelta 等^[68] 假设复合材料的静强度服从两参数的威布尔分布,

而 n 次常幅应力循环后的剩余强度与初始静强度满足一定的关系, 且剩余强度降至最大疲劳应力时材料发生破坏, 从而导出 S-N 曲线方程, 即

$$\Sigma = [1 + (N - 1)\beta]^{-\alpha} \quad (84)$$

式中, α 和 β 是两个与外加应力无关的无量纲函数。吴富强等^[69] 基于纤维增强复合材料层压板的疲劳机理和试验数据, 提出了一个具有较强拟合能力的拉-拉疲劳 S-N 曲线模型, 引用较多, 其表达式为

$$\Sigma = \exp \left\{ - \left[\frac{\lg(N+1)}{\beta} \right]^\alpha \right\} - k \quad (85)$$

式中, 参数 α 定义为曲线斜率, 与材料静强度和组分性能有关; 参数 β 用以表征损伤扩展程度; 参数 k 为模型的修正值。之后, 该研究将模型改写为^[70]

$$\Sigma = 1 + k \left(\exp \left(- \left(\frac{\lg N}{\beta} \right)^\alpha \right) - 1 \right) \quad (86)$$

该模型满足边界条件为 $S=R_0; N=1$ 。Mu 等^[71] 针对纤维增强复合材料的常幅疲劳, 提出了一个新的三参数 S-N 曲线模型, 其表达式为

$$\Sigma = \frac{1 - k}{(1 - \alpha) + \alpha \exp(-\beta \lg N)} + k \quad (87)$$

该模型也满足边界条件: $S=R_0; N=1$ 。Feng 等^[72] 针对复合材料层压板的拉-拉疲劳, 提出了一个两参数的 S-N 曲线模型, 即

$$\Sigma = \frac{1}{\exp(-\alpha) + \alpha \exp(-\beta \lg N)} \quad (88)$$

该模型的寿命预测准确度被证明比对数模型(式(75))高。

上述 S-N 模型中不显含应力比、加载频率、平均应力、环境温度等参数, 适用于较高精度的疲劳 S-N 数据拟合, 一些常用模型的特征能力见表 2^[51, 58, 62-63, 65-66, 73-76]。式(83)虽然是基于破坏机理推导而来, 但不含损伤参数, 仍然属于唯象模型。叶林^[21] 在模量演化表征的基础上, 假设复合材

料发生脆性断裂, 且忽略图 1 第 III 阶段的疲劳循环次数, 得到了基于损伤演化的寿命估算式:

$$N = \frac{D_c^{\alpha+1}}{(\alpha+1)\beta S^{2\alpha}} \quad (89)$$

式中, D_c 为临界损伤量, 与应力水平有关, 可通过合适的损伤准则加以确定。Jessen 等^[77] 针对玻璃纤维复合材料在应力控制加载模式下的疲劳, 应用连续介质损伤力学理论, 在损伤演化表征的基础上, 推导出另一基于损伤的寿命模型:

$$N = \frac{1}{1+2\alpha} \frac{1}{k} \left(\frac{S^2}{2E_0} \right)^{-\alpha} \left((1-D_0)^{1+2\alpha} - (1-D_c)^{1+2\alpha} \right) \quad (90)$$

式中, D_0 为初始损伤; D_c 为失效临界损伤量; 该模型实为 Basquin 准则, 用于描述 S-N 曲线的陡降部分 ($10^3 < N < 10^7$); 在多级疲劳加载情形下, D_0 代表已累积的损伤量。Flore 等^[78] 为了避免大量的疲劳测试, 基于损伤提出了一个唯象模型, 即

$$N = \frac{1}{k(\alpha-1)} \left[(\beta - D_c)^{1-\alpha} - (\beta - D_0)^{1-\alpha} \right] \quad (91)$$

式中, α 和 β 可通过剩余刚度或剩余强度数据进行拟合; 而 $D_c = \min(1 - S/R_{0T}; 1 - |\omega S/R_{0C}|)$, R_0 表示原始静强度, 下标 T 和 C 分别代表拉伸和压缩; 该模型受到了一定关注。邓扬晨等^[79] 针对复合材料层压板同样将疲劳寿命 N 表达为 S 的函数, 即

$$N = \eta + \beta S^\alpha k^S \quad (92)$$

式中, 参数被称为广义参数; 该模型不涉及损伤机理, 只根据疲劳试验数据用纯数学方法来确定 S-N 曲线的具体形式, 适用范围较广。Kim 等^[74] 在对玻璃纤维增强复合材料单向板进行正弦拉-拉疲劳损伤试验研究的基础上, 将疲劳寿命表达为

$$N = \frac{R_0^\beta}{\alpha(\beta-1)} \left[\left(\frac{S}{R_0} \right)^{1-\beta} - 1 \right] + N_0 \quad (93)$$

式中, N_0 为初始循环数, 以适应边值条件; 当压缩应力和原始强度取绝

表 2 部分 S-N 模型的评估汇总表

Table 2 Summary table of evaluation results of selected S-N models

S-N 曲线模型	拟合能力	对不同应力比的适用性	起始边界	损伤表征	备注
Basquin ^[62] (1910)	较差	较差	N/A	N/A	—
Stromeyer ^[63] (1914)	较差	较差	N/A	N/A	—
Weibull ^[73] (1952)	较好	较好	符合	N/A	须知疲劳极限
Sendeckyj ^[66] (1981)	较好	较好	符合	N/A	—
Hwang and Han ^[58] (1986)	较差	较差	不符合	N/A	—
Kohout and Vechet ^[65] (2001)	较好	较好	不符合	N/A	曲线形式具有局限性
Kim and Zhang ^[74] (2001)	较好	较好	符合	符合	—
Poursartip ^[75] (1986)	较差	较差	符合	符合	模型包含应力比 ω
D' Amore ^[51] (1996)	较差	较差	符合	N/A	模型包含应力比 ω
Epaarachchi ^[76] (2003)	较差	较差	符合	N/A	模型包含应力比 ω

对值时,该模型也适用于压缩疲劳失效的情形。

以上 S-N 模型均不包含应力比 ω 。Poursartip 等^[75]针对碳纤维复合材料层压板,在分层损伤演化研究的基础上,提出了一个常用的 S-N 方程,即

$$N = 31080 \left[\frac{S(1-\omega)}{R_{OT}} \right]^{-6.4} \left(1.222 \frac{1-\omega}{1+\omega} \right)^\alpha \left(1 - \frac{S}{R_{OT}} \right) \quad (94)$$

该模型显含应力比。D'Amore 等^[51]基于疲劳剩余强度模型(式(56)),假定复合材料剩余强度下降至最大疲劳应力时失效,得到的 S-N 曲线方程为

$$N = \left[1 + \frac{1}{\alpha(1-\omega)} \left(\frac{R_0}{S} - 1 \right) \right]^{1/\beta} \quad (95)$$

模型亦涉及应力比的影响。Epaarachchi 等^[76]在不同应力比和加载频率下针对玻璃纤维增强树脂基复合材料(GFRP)的疲劳行为提出了一个广泛使用的经验模型,表达式为

$$\frac{f^\beta}{(1-\psi)^{1.6-\psi|\sin\theta|}} \left(\frac{R_0}{S} - 1 \right) \left(\frac{R_0}{S} \right)^{0.6-\psi|\sin\theta|} = \alpha(N^\beta - 1) \quad (96)$$

式中, f 是加载频率, ψ 在拉-拉和压-压疲劳模式下分别取 ω 和 $1/\omega$ 。对

于 GFRP 的正轴和偏轴疲劳,式(96)的寿命预测值与试验数据吻合很好;另外,将式(96)拓展改进后,可用于分析预测复合材料层压板的多级加载疲劳损伤及寿命^[80]。评估分析表明,式(94)~(96)三个模型并非在任意应力比情形下均有好的拟合能力,且模型包含应力比会降低拟合精度,见表2。Zhang 等^[81]沿用式(96)对偏轴角度影响的表征方法,提出了如下宏观唯象的疲劳寿命模型:

$$\begin{cases} \lg N = \frac{1}{\beta} \lg \left[\frac{1-(S/bR_0)^{1/k}}{c+d\beta} f^\beta + 1 \right] \\ \beta = \alpha R_0 [S(1-\omega)/R_0]^{1.6-\psi|\sin\theta|} \end{cases} \quad (97)$$

该式同样包含加载频率和应力比。Wyzgoski 等^[82]基于 GFRP 疲劳裂纹的扩展机理和断裂力学原理,提出了一个 S-N 模型,即

$$N = \frac{1}{\alpha\beta [(1-\omega)YS]^{2\alpha+2}} \left(\frac{1}{a_0^\alpha} - \frac{1}{a_f^\alpha} \right) \quad (98)$$

式中, a_0 和 a_f 分别为初始和断裂时的裂纹长度; Y 为试件的形状因子; α 和 β 为待定参数,由裂纹扩展试验拟合确定。Júnior 等^[83]考虑疲劳寿命数据的分散性,对式(75)进行了变更,得到

$$(1-\omega)S = a - b \left[\lg \left(\frac{N}{-\beta \ln(1-P)^{1/\alpha}} \right) \right]^k \quad (99)$$

式中, P 为失效概率; α 和 β 分别为恒定应力比条件下每一条 S-N 曲线的形状和尺度参数。高建雄等^[84]根据 Goodman 等寿命曲线模型推导出考虑应力幅和平均应力耦合影响的广义 S-N 曲线模型,即

$$N = k \left[\frac{2SR_0}{(1+\omega)S + (2R_0 - (1+\omega)S)} \right]^{-\alpha} \quad (100)$$

此处,应力幅和平均应力已经用峰值应力 S 和应力比 ω 进行了代换。Arutyunyan^[85]基于脆性断裂机理和损伤概念,给出复合材料的疲劳损伤演化动力学方程为

$$\frac{dD(n)}{dn} = kf^{-(1+\alpha)} \left[\frac{(1+\omega)S}{2(1-D)} \right]^\beta \quad (101)$$

假设 $D=D_c$ 时材料发生疲劳破坏,得到的疲劳失效模型为

$$S^\beta N = \frac{2^\beta [1 - (1-D_c)^{\beta+1}] f^{1+\alpha}}{k(\beta+1)(1+\omega)^\beta} \quad (102)$$

其中也包含了应力比和加载频率的影响。

此外,在表征平均应力对疲劳寿命的影响时,等寿命曲线模型被广泛应用。针对纤维增强复合材料,

Flore 等^[78]指出;最先考虑平均应力效应的疲劳寿命模型具有如下形式:

$$N = \left(\frac{R_{0T} + R_{0C} - |2\sigma_m - R_{0T} + R_{0C}|}{2\sigma_a} \right)^m \quad (103)$$

该模型中疲劳应力幅 σ_a 和平均应力 σ_m 之间为线性关系;模型虽然简单,但预测精度较高,至今仍然使用。Adam 等^[86]则基于正则化方法提出了一个经验型的钟形曲线幂律模型,进而给出等寿命曲线表达式,即

$$\frac{\ln(\sigma_a / kR_{0T})}{\ln[(R_{0T} - \sigma_m)(R_{0C} - \sigma_m) / R_{0T}^2]} = \alpha + \beta \lg N \quad (104)$$

该模型给出的等寿命迹线是非线性的,得到了较多关注。Flore 等^[75]同时对等寿命曲线模型的研究现状进行了较为详细的论述,具有指导意义。

通过文献研究发现,基于应力或损伤参量的疲劳 $S-N$ 模型形式上均为宏观唯象方程,不足以表征损伤-破坏形式和机理。复合材料 $S-N$ 曲线的描述存在诸多困难因素,如载荷形式与路径不唯一、损伤破坏机理极其复杂、缺陷和裂纹很难量化表征、断裂模式多样化、寿命影响因素众多且相互耦合、数据分散性大而规律不明等。现有的 $S-N$ 模型由于考虑的因素单一,对试验的依赖程度较高;然而当模型包含的影响因素增加时,虽然可以提高表征效率,但预测精度通常降低。因此,特定形式的物理模型可能只适用于特定材料体系在特定疲劳情形下的寿命分析预测,且模型待定参数不宜多,以免降低拟合效率。

3 疲劳寿命预测

前述的损伤曲线模型、剩余刚度/强度模型、疲劳模量模型以及 $S-N$ 曲线模型等,是复合材料单向板和双向层压板疲劳寿命分析预测的重要基础。层压结构在疲劳载荷作用下

的失效机制极为复杂,但其失效层的破坏原因可归结为两种:(1)由损伤累积引起的局部疲劳破坏;(2)因静强度不足导致的局部静力破坏。在单轴应力下,对材料整体疲劳失效的判别往往用到一些简单判据,如最大应力准则、最大应变准则和临界损伤准则等;而对于层压板的渐进损伤失效或者多轴疲劳情形,应力导致的破坏模式具有复杂性和多样性,其失效分析判别自然要用到更复杂的判据。

3.1 疲劳失效准则

复合材料的疲劳失效准则与静力失效判据相类似,甚至由静强度判据拓展而来,按照变量主要分为基于应力、应变、能量和损伤等几种,部分模型考虑材料的具体破坏模式,其余只关注整体破坏。

在经典应力判据方面, Sims^[87]首次将 Tsai-Hill 静强度准则拓展至复合材料单向板在偏轴加载下的疲劳寿命预测,其判别式变更为

$$\frac{\sigma_{11}^2}{R_{11}^2} + \frac{\sigma_{22}^2}{R_{22}^2} - \frac{\sigma_{11}\sigma_{22}}{R_{11}^2} + \frac{\tau_{12}^2}{R_{12}^2} = 1 \quad (105)$$

式中, R_{11} 、 R_{22} 和 R_{12} 分别为相同条件下 N 次循环加载所对应的材料轴向疲劳强度。Jen 等^[88]进一步考虑三维应力状态,并基于三维蔡-希尔强度理论提出了多轴疲劳失效判据;在平面应力下,同时给出了材料主方向坐标系和偏轴向坐标系下的疲劳失效判别式。Smith 等^[89]通过研究玻璃纤维增强复合材料的双轴拉-拉疲劳开裂行为,识别出三种损伤模式:直线开裂和纤维破坏、沿纤维平面的剪切变形、直线型开裂与基体剪切变形耦合,进而提出了一个基于应变能的疲劳强度准则,即

$$\frac{\sigma_{11}^2}{2E_1K(N)} - \frac{\nu_{12}\sigma_{11}\sigma_{22}}{E_1K(N)} + \frac{\sigma_{22}^2}{2E_2K(N)} + \frac{\tau_{12}^2}{R_{12}^2} = 1 \quad (106)$$

式中, E_1 、 E_2 和 ν_{12} 为工程弹性常数, $K(N)$ 为发生第一种损伤模式的疲劳

强度参量。Philippidis 等^[90]基于蔡-吴静强度张量准则在平面应力下提出更具一般性的疲劳强度准则,其判别式如下:

$$F_{ij}\sigma_i\sigma_j + F_i\sigma_i = 1, \quad i, j = 1, 2, 6 \quad (107)$$

其中,应力分量的对应关系为 $\sigma_1 \rightarrow \sigma_{11}$, $\sigma_2 \rightarrow \sigma_{22}$, $\sigma_6 \rightarrow \tau_{12}$;强度系数 F_{ij} 和 F_i 均为循环次数、应力比和加载频率的函数,可类比蔡-吴静强度准则给定。当材料拉压性能不同时,有

$$\begin{cases} F_{11} = \frac{1}{R_{11T}R_{11C}}, F_{22} = \frac{1}{R_{22T}R_{22C}}, \\ F_{12} = -\frac{1}{2}\sqrt{F_{11}F_{22}} \\ F_1 = \frac{1}{R_{11T}} - \frac{1}{R_{11C}}, F_2 = \frac{1}{R_{22T}} - \frac{1}{R_{22C}}, \\ \frac{1}{R_{22C}}, F_{66} = \frac{1}{R_{12}^2} \end{cases} \quad (108)$$

式中,下标 T 和 C 分别表示拉伸和压缩。Kawai 等^[91]针对单向碳纤维增强环氧层压板,基于等寿命曲线提出了一个区分拉压模式的多轴疲劳失效准则,对于拉伸失效模式其表达式与式(105)相同,而对于压缩失效模式,表达式为

$$\frac{\sigma_{11}^2}{R_{11}^2} - \frac{\sigma_{11}\sigma_{22}}{R_{11}^2} + \frac{\sigma_{22}^2}{R_{22}^2} + \left(\frac{\tau_{12}}{R_{12} - \mu\sigma_{22}} \right)^2 = 1 \quad (109)$$

式中, μ 为材料常数,表征剪切强度差异。

除了应力判据外,研究者还假定当疲劳损伤量达到其临界值时材料失效,从而提出损伤判据。Strizhius^[92]在平面应力条件下,针对任一级疲劳加载,引入相对循环次数的概念,定义为

$$\bar{n}_i = \frac{n_{xxi}}{N_{xxi}} + \frac{n_{yyi}}{N_{yyi}} + \frac{n_{xyi}}{N_{xyi}} \quad (110)$$

在等比例加载情况下, $n_{xxi} = n_{yyi} = n_{xyi}$ 为第 i 级载荷的循环次数, N_{xxi} 、 N_{yyi} 和 N_{xyi} 是相应单轴载荷作用下复合材料的疲劳寿命;进而根据疲劳损伤累积进程提出了一个疲劳失效判据,即

$$D_i = \alpha \bar{n}_i + \beta (\bar{n}_i)^2 = 1 \quad (111)$$

式中, α 和 β 均为唯象参数, 与载荷水平无关。

另外, 能量方法在复合材料的单轴和多轴疲劳失效分析中也占有重要地位。Ellyin 等^[93] 基于能量方法建立了单向纤维增强层压板在组合平面应力 ($\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$) 作用下的疲劳失效准则, 其表达式为

$$\Delta W = kN^\alpha + \beta \quad (112)$$

在沿 x 方向单轴循环加载下, 能量参数的表达式为

$$\Delta W = \frac{\bar{S}_{11} (\Delta \sigma_x)^2}{2(1-\omega_x)^2} = \frac{1}{2} \bar{S}_{11} (\sigma_x^{\max})^2 \quad (113)$$

式中, \bar{S}_{11} 为偏轴柔度系数; Δ 表示变化范围; ω_x 为 x 方向的应力比; 上标 max 表示最大值。Kadi 等^[94] 针对树脂基复合材料单向板建立了一个基于应变能密度的拉-拉和拉-压疲劳能量准则, 表达式为

$$\Delta W^+ + \frac{W_f^+}{W_f^-} \Delta W^- = W_f^+ (2N)^\alpha \quad (114)$$

式中, ΔW^+ 和 ΔW^- 分别为 $\omega \geq 0$ 和 $\omega < 0$ 时的疲劳加载应变能, W_f^+ 和 W_f^- 分别为相应单调拉伸和压缩荷载下的应变能, α 为材料常数; 该模型考虑了应力比 ω 的影响。Plumtree 等^[95] 基于基体裂纹面假设提出了一个能量参数, 并构建了复合材料单向板在偏轴拉-拉循环荷载下的疲劳失效条件, 即

$$\lg(\Delta W^*) = \alpha \lg(2N) + \lg \beta \quad (115)$$

其中, 能量参数用材料主方向应力可以表示为

$$\Delta W^* = \sigma_{22}^{\max} \Delta \varepsilon_{22} + \tau_{12}^{\max} \Delta \gamma_{12} / 2 \quad (116)$$

该参数考虑了由应力 σ_{22} 主导的基体裂纹张开和由 τ_{12} 主导的平行于纤维方向的裂纹滑移。之后, Petermann 等^[96] 考虑纤维角度和应力比, 将能量参数变更为

$$\Delta W^* = \frac{1-\omega^2}{2} (\sigma_{22}^{\max} \varepsilon_{22}^{\max} + \tau_{12}^{\max} \gamma_{12}^{\max}) \quad (117)$$

其中细观应力和应变分量通过有限元计算得到。Shokrieh 等^[97] 假设单向复合材料各个轴向的应力-应变关系为线性, 提出等幅偏轴拉-拉或压-压疲劳荷载下的另一个能量参数, 表达式如下:

$$\Delta W^* = \frac{1+\omega}{1-\omega} (\Delta \sigma_x)^2 \left(\frac{\cos^4 \theta}{X^2} + \frac{\sin^4 \theta}{Y^2} + \frac{\sin^2 2\theta}{4S_{12}^2} \right) \quad (118)$$

式中, X 、 Y 和 S_{12} 分别为原始材料的纵向强度、横向强度及面内剪切强度; 该参数对单向板在正的应力比条件下的偏轴疲劳是适用的。Farahani 等^[98] 考虑碳纤维和玻璃纤维单向板内基体开裂、界面脱粘和纤维断裂三个阶段的损伤机理, 基于主应力和主应变的概念对上述能量参数进行了变更, 给出

$$\Delta W^* = \Delta W_I + \Delta W_{II} + \Delta W_{III} \quad (119)$$

式中, ΔW_I 为疲劳损伤第 I 阶段一次循环的正则化基体剪切应变能变化量, ΔW_{II} 为第 II 阶段引起界面开裂的正则化应变能变化量, ΔW_{III} 是第 III 阶段造成纤维脆性断裂的正则化应变能变化量。Weng 等^[99] 基于断裂力学概念, 考虑单向复合材料基体开裂的三种模式 (张开型、滑开型和撕开型), 提出了多应力疲劳的能量参数

$$W^* = \frac{1}{V} \sum W_{22}^* V_i + \frac{1}{V} \frac{Y^2}{S_{12}^2} \sum (W_{23}^* V_i + W_{21}^* V_i) \quad (120)$$

其中, V_i 为第 i 个基体单元的体积; V 为整个单胞的总体积; Y 和 S_{12} 分别为原始材料的横向强度及面内剪切强度; W_{22}^* 、 W_{21}^* 和 W_{23}^* 均为能量变化量, 分别与应力 σ_{22} 、 τ_{21} 和 τ_{23} 有关, 该能量参数适用于任意疲劳加载形式。

以上疲劳失效判据仅通过一个判别式进行疲劳失效判定, 不能充分表征破坏模式多样化特征。因此, 研究者后续提出了更多能表征材料具体失效模式的判据, 涉及的失效模式有: 纤维拉伸、纤维压缩、纤维-基体

剪切、基体拉伸、基体压缩、法向拉伸和法向压缩等。有些准则不仅考虑材料的各向异性, 还考虑了非线性。

Hashin 和 Rotem 于 1973 年针对复合材料单向板可能发生的纤维和基体失效模式提出了一个疲劳失效准则^[100]:

$$\begin{cases} \sigma_{11} = R_{11}(\omega, \Sigma, N, f) \\ \left(\frac{\sigma_{22}}{R_{22}} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{R_{12}} \right)^2 = 1 \end{cases} \quad (121)$$

式中, 任一条件得到满足即认为材料失效。之后, Rotem^[101] 将这一疲劳准则用于角铺设层压板, 给出了判别均衡层压板首层发生疲劳失效的判别式。1981 年, Hashin^[102] 将上述模型拓展至三维应力情形, 给出纤维失效模式下的疲劳准则为

$$\left[\frac{\sigma_{11}}{R_{11}(\omega, \Sigma, N, f)} \right]^2 + \frac{\tau_{12}^2 + \tau_{13}^2}{R_{12}^2(\omega, \Sigma, N, f)} = 1 \quad (122)$$

相同频率、应力比和应力水平下, 基体失效模式下的判别式为

$$\left[\frac{\sigma_{22} + \sigma_{33}}{R_{22}} \right]^2 + \frac{\tau_{12}^2 + \tau_{13}^2}{R_{12}^2} + \frac{\tau_{23}^2 - \sigma_{22}\sigma_{33}}{R_{23}^2} = 1 \quad (123)$$

如令 $\sigma_{33} = \tau_{23} = \tau_{13} = 0$ 即得到平面应力下的疲劳强度准则。Reifsnider 等^[103] 根据 Mori-Tanaka 方法分别推导出纤维和基体材料的平均应力, 并建立了类似于式 (121) 的细观疲劳破坏准则, 该准则不仅涉及纤维和基体的性能, 同时考虑界面性能和纤维体积分含量的影响, 其表达式为

$$\begin{cases} \bar{\sigma}_{xx}^f = X^f \\ \left(\frac{\bar{\sigma}_{yy}^m}{X^m} \right)^2 + \left(\frac{\bar{\sigma}_{xy}^m}{S^m} \right)^2 = 1 \end{cases} \quad (124)$$

式中, X^f 和 X^m 分别为纤维和基体的拉伸疲劳强度; S^m 为基体的剪切疲劳强度, 这些强度参数取决于应力比、循环次数和加载频率。Shokrieh 等^[104] 为了模拟复合材料层压板的疲劳渐进损伤行为, 针对单层材料的七种失效模式建立了一组疲劳失效判别式, 其中考虑了剪切非线性。Papanikos

等^[105]忽略材料非线性的影响,给出了一组简单常用的失效判别式,对于纤维拉伸疲劳断裂模式($\sigma_{11} \geq 0$),有

$$\left(\frac{\sigma_{11}}{R_{11T}}\right)^2 = 1 \quad (125)$$

徐颖等^[106]考虑剪应力的影响对式(125)进行了变更。对于纤维压缩疲劳破坏($\sigma_{11} < 0$),有

$$\left(\frac{\sigma_{11}}{R_{11C}}\right)^2 = 1 \quad (126)$$

对于纤维-基体界面剪切疲劳破坏($\sigma_{11} < 0$),有

$$\left(\frac{\sigma_{11}}{R_{11C}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{R_{12}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{13}}{R_{13}}\right)^2 = 1 \quad (127)$$

对于基体拉伸疲劳开裂($\sigma_{22} \geq 0$),有

$$\left(\frac{\sigma_{22}}{R_{22T}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{R_{12}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{23}}{R_{23}}\right)^2 = 1 \quad (128)$$

对于基体挤压疲劳开裂($\sigma_{22} < 0$),有

$$\left(\frac{\sigma_{22}}{R_{22C}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{R_{12}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{23}}{R_{23}}\right)^2 = 1 \quad (129)$$

对于层间拉伸疲劳分层($\sigma_{33} \geq 0$),有

$$\left(\frac{\sigma_{33}}{R_{33T}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{13}}{R_{13}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{23}}{R_{23}}\right)^2 = 1 \quad (130)$$

对于层间压缩疲劳开裂($\sigma_{33} < 0$),有

$$\left(\frac{\sigma_{33}}{R_{33C}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{13}}{R_{13}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{23}}{R_{23}}\right)^2 = 1 \quad (131)$$

以上7个判别式在复合材料的疲劳渐进损伤模拟中经常使用,但严格来讲,只适用于线弹性复合材料单向板,且准确性需要验证。Naik等^[107]针对复合材料单层,给出修正的纤维疲劳破坏判别式为

$$\frac{\sigma_{11}^2}{R_{11T}R_{11C}} + \sigma_{11} \left(\frac{1}{R_{11T}} - \frac{1}{R_{11C}} \right) + \left(\frac{\tau_{12}}{R_{12}} \right)^2 = 1 \quad (132)$$

式中,同时包含拉伸和压缩疲劳强度参量,由此表征拉压强度不等对疲劳强度包络线的影响。Krüger^[108]和Dong等^[109]针对多向纤维增强层压板,在Puck静强度理论的基础

上,提出了纤维破坏和纤维间破坏的一组疲劳失效判别式,应用也较广。Strizhius^[110]基于最大应力失效判据,针对树脂基复合材料层压板在复杂应力-应变状态下的疲劳失效,提出了一个最小疲劳寿命准则。Zhao等^[111]对最大应变失效判据进行了变更,给出如下拉伸或压缩失效判别式:

$$\left\langle \frac{\varepsilon_{ij}}{\varepsilon_{ij,t}^u(N)} \right\rangle + \left\langle \frac{\varepsilon_{ij}}{\varepsilon_{ij,c}^u(N)} \right\rangle = 1 \quad (133)$$

$i=j=1, 2, 3$

运算符 $\langle x \rangle = (x + |x|)/2$ 。而对于纤维-基体剪切开裂,有

$$|\varepsilon_{ij} / \varepsilon_{ij,s}^u(N)| = 1, \quad 1 \leq i < j \leq 3$$

式中, $\varepsilon_{ij,t}^u$ 、 $\varepsilon_{ij,c}^u$ 和 $\varepsilon_{ij,s}^u$ 分别为轴向拉伸、压缩和剪切疲劳破坏应变。

另外,得益于先进测试手段和力学理论的发展,疲劳性能表征方法也得到拓展。Unnthorsson等^[112]针对碳纤维增强复合材料建立了一个基于声发射信号参数的疲劳失效准则。Naderi等^[113]应用热力学关系与熵增表达式,阐明断裂疲劳熵与几何结构、载荷及其频率无关,是一个独特的材料性能,并将其作为复合材料疲劳失效的判别条件。基于疲劳损伤理论的发展,还有损伤准则^[61,114]和损伤能量释放率准则,即以损伤相关量来判定复合材料组分失效或整体破坏;基于疲劳强度理论的发展,还有剩余强度准则^[44]和疲劳断裂准则等。

3.2 寿命预测模型和方法

复合材料疲劳寿命的预测模型和方法具有多样性。由于目标材料结构形式的差异,这些模型和方法分别适用于单向板、多向层压板与织物增强复合材料等;从加载模式上讲,分别针对拉-拉或拉-压或压-压情形、等幅或变幅加载情形、同频率或不同频率情形、一级或多级加载情形、谱加载或随机加载情形、单轴或多轴加载等;除了少数模型,绝大多数方法没有考虑湿热等环境因素;

在尺度上,可分为宏观力学方法、细观力学方法和跨尺度关联的模型和方法;在理论层面,包括损伤力学方法、断裂力学方法、经典层压板理论、统计力学方法、固体本构及强度理论的协同方法等;从技术手段方面讲,有声发射技术、数字图像关联技术、X射线计算断层成像技术、电阻法、有限元模拟方法、非线性超声检测技术、神经网络算法等。

对于单向复合材料,建立最多的是宏观连续介质损伤力学模型,将损伤量定义为剩余刚度、剩余强度、疲劳模量、残余应变或裂纹间距的函数,然后通过试验测试或模型分析的方法得出疲劳损伤演化方程,进而结合损伤失效判据,给出材料疲劳寿命的预测模型。对于偏轴疲劳工况,如前所述,应用或建立新的剩余强度模型并结合疲劳失效准则也是疲劳寿命预测的重要方向。

针对正交层压板,由于其结构特殊性,研究者往往给出疲劳刚度降的解析表达,进而基于损伤力学建立寿命预测模型。Gao^[115]将横向层的刚度降低与裂纹密度及疲劳次数关联起来,并基于P-M定律建立非线性损伤累积模型,实现了不同加载次序下的疲劳寿命预测。邓京兰等^[116]根据正交层压板的疲劳损伤机理建立数学模型,运用宏观断裂力学结合能量方法分析推导出基体开裂条件下的疲劳损伤演化方程及疲劳寿命预测模型:

$$N = \int_{D_0}^{D_c} \frac{E_0^{2\alpha}}{kS^{2\alpha}} \left[1 - \frac{E(n)}{E_0} \right]^\alpha dD \quad (134)$$

式中, E_0 和 $E(n)$ 分别为完好和带裂纹层压板的弹性模量。Akshantala等^[117]考虑正交铺层横向开裂与分层损伤的影响,引入裂纹间距和分层长度参量,基于细观力学进行应力状态分析和损伤演化评估,应用半经验裂纹密度准则进行失效判别,提出了一种疲劳寿命的预测方法。Li等^[118]

考虑两阶段疲劳损伤特性,针对亚临界和临界有效铺层分别定义细观损伤因子,并引入裂纹密度和亚临界层厚度,以表征两阶段的刚度衰减,最终基于 $S-N$ 模型预测出两个阶段的总循环寿命。

对于多向层压板,一方面,研究者应用宏观唯象损伤力学理论对材料的表观模量、强度等的退化进行表征,并根据临界损伤、强度或能量等失效条件进行破坏判别,进而提出疲劳寿命预测的模型和方法。该类模型中, Poursartip 等^[75] 针对恒幅和变幅疲劳寿命的分析考虑了分层的影响; 韩京燮等^[6] 基于疲劳模量和累积残余应变定义了3种疲劳损伤演化模型,对单级和两级加载情形进行了疲劳寿命分析; 李亚智等^[61] 推荐了一种应变损伤累积模型,能够考虑单向板面内多轴应力和平均应力的影响,可根据单向板在确定应力比下的三组单轴疲劳试验结果,预测相同材料体系多向层压板在不同应力比的循环载荷下的疲劳寿命,有助于降低试验成本和工作量; Schaff 等^[44] 基于等量强度损失来计算“有效循环次数”,并考虑寿命与强度的统计特征,在剩余强度模型的基础上建立了失效概率表达式,对恒幅与二级应力疲劳进行了寿命分析; Epaarachchi 等^[76] 根据疲劳强度退化规律建立了一种经验型的疲劳寿命模型,其中包含了应力比和加载频率对疲劳寿命的非线性影响; 轩福贞等^[119] 基于滞回能和有效能耗提出了一种非线性疲劳损伤累积法则,即有效能耗法,并实现了两级加载寿命的准确分析预测; 熊峻江等^[120] 针对开孔板压-压疲劳提出了一种损伤形成和扩展的两阶段疲劳累积损伤模型,并基于三维损伤本构及损伤应变能释放率准则建立了一种两阶段的疲劳寿命预测方法。

另一方面,研究者基于单层的本构和强度性能、 $S-N$ 曲线或损伤性

能进行单层失效判定以及刚度、强度退化,然后将应力再分配,并进行类似的逐层破坏分析,最终实现层压板的整体寿命预测。这种从单层到层压板的性能分析思路具有一般性和普遍性。Fawaz 等^[121] 在进行相关建模时还考虑了层与层之间的约束效应。Satapathy 等^[107] 针对开孔层压板应用最小强度模型和纤维失效准则,在确定孔边特征曲线及其应力分布的基础上进行逐层分析,提出了一种平面多轴应力的纤维失效疲劳寿命预测方法。董海等^[109] 针对多轴加载任意叠层顺序层压板,基于非线性剩余强度、刚度模型和 Puck 型疲劳准则建立了一个疲劳失效理论。Gao 等^[84] 考虑应力幅和平均应力的影响,基于广义应力-寿命曲面模型和改进的 P-M 定律,提出了一个随机载荷谱疲劳寿命预测方法。Llobet 等^[122] 针对疲劳寿命和剩余强度预测提出了一个介观尺度连续损伤模型,其中层内应力失效由 LaRC04 准则判定,而疲劳分布损伤和局部损伤则通过一组经验函数进行表征。

更多地,研究者基于单层的静力与疲劳各向异性损伤-破坏基础力学性能,通过有限元模拟,实现对层压板整体疲劳寿命的分析预测。Papanikos^[105]、徐颖^[106] 和廉伟^[25] 等基于 Hashin 型判据和 Ye 分层判据提出了典型的三维应力疲劳渐进损伤模拟方法; Shokrieh 等^[104] 针对组分材料的多种失效模式建立了疲劳失效判据,提出了一种三维渐进疲劳损伤模拟方法,并考虑层压板边缘效应,实现对任意层压板疲劳寿命的预测; 董兴建等^[123] 提出了一种简化的唯象分层扩展寿命模型,其层压板寿命由分层扩展寿命与分层后子层板的剩余寿命之和估计; 杨忠清等^[114] 提出了一个系列单元失效模型,由各单元发生疲劳失效的寿命增量累加得到层压板的整体寿命,其中计及初始损伤; 邓永涛等^[124] 从唯象观点出

发,以疲劳模量为参量构造损伤函数,采用等寿命曲线和复合型累积损伤建立了单向板在多轴应力作用下的疲劳寿命模型,并以此为基础发展了任意铺层形式的多向层压板在复杂循环荷载下的疲劳寿命预测方法。景钊^[125] 和黄志远^[126] 等进一步考虑了层间应力及耦合效应对多向层压板疲劳寿命的影响,采用刚度分配原则,通过将多向板载荷等效分配到各单层进行性能退化和寿命预测。Sayyidmousavi 等^[127] 将简化单胞细观力学模型植入有限元程序,基于细观疲劳判据提出了一个多尺度疲劳寿命预测的模型和方法。Krüger 等^[108] 基于非线性损伤本构和 Puck 型疲劳准则建立了一个疲劳寿命分析模型,其中性能退化通过损伤和塑性应变引起的能量耗散来表征; Lüders 等^[128] 则基于温度相关本构和 Puck 型疲劳准则,同时考虑材料刚度与强度的突降和渐降以及应力比效应,建立了一个疲劳寿命分析模型。Mohammadi 等^[129] 基于单层细观应力,定义了3个损伤变量来估计纤维、基体和剪切方向的刚度退化,建立了一种疲劳寿命的预测模型,该模型植入 ANSYS 能够在一定的精度下预测层压结构的疲劳寿命。Fang 等^[130] 基于用户自定义材料和用户自定义单元发展了一个重合单元方法以捕获疲劳循环导致的材料退化以及离散损伤引起的应力集中和应力再分配,最终提出了一个针对开孔层压板疲劳损伤表征和疲劳后剩余强度预测的连续损伤与离散裂纹联合模拟方法,克服了传统寿命预测方法依赖于试件铺层方式和外载形式的缺点。基于有限元或数值方法进行疲劳寿命预测的一般流程如图5所示^[125]。

在多向层压板的多轴疲劳数值模拟中,除了应力、应变及能量判据,研究者也试图通过损伤变量进行单层的失效判别。Liu 等^[131] 基于式

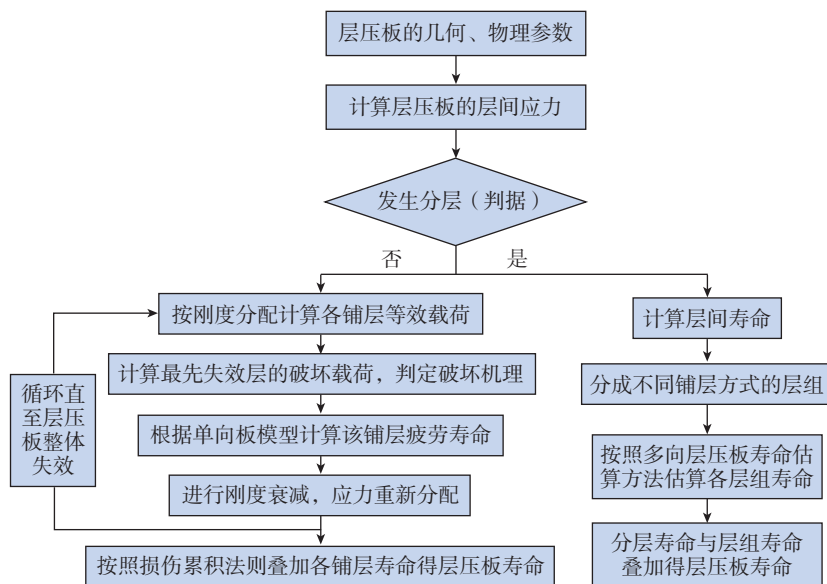


图5 层压板疲劳寿命预测框图^[125]

Fig.5 Block diagram of fatigue life prediction for CFRP composite laminates^[125]

(105)定义了一个新的损伤因子以表征多应力在一次循环中引起的单层损伤,进而应用P-M定律进行损伤累积,提出了一种简单而通用的复合材料多轴疲劳损伤-破坏分析模型。该模型具有一定的代表性,能够体现出基于损伤量进行疲劳性能分析预测的一般研究思路和过程,但是忽略了对局部失效的详细分析。

复合材料层压板疲劳破坏的分析方法还包括热力学方法、基因遗传算法、人工神经网络算法和粒子滤波算法等。Corbetta等^[132]提出了一种基于粒子滤波的贝叶斯框架,建立了一个多损伤模式的识别表征模型,实现了基体开裂和分层同时发生的损伤预测;通过对含损伤层压板的应变能释放率和剩余刚度的评估,准确模拟了材料的损伤演化,并预测了复合材料的剩余寿命。

此外,得益于计算机技术和先进测试表征技术的不断发展,近年来,研究者还提出了基于微细观特征损伤参量、声发射参数、电阻参数等的疲劳损伤-破坏分析模型和方法。

4 结论与展望

复合材料层压板疲劳损伤-断

裂领域的多数研究针对特定材料体系并基于某些特定加载形式给出宏观唯象的,甚至经验性的、多参数的疲劳性能估算模型,这些模型大都缺乏普适性,不能合理表征材料的疲劳损伤-破坏形式、过程和机理。

目前采用的几种疲劳损伤变量,不论是剩余刚度、剩余强度、残余应变还是疲劳模量,都是从唯象角度出发,对材料损伤进行宏观整体描述,缺乏对材料-结构局部损伤物理本质的表征,对层间开裂、纤维断裂、基体裂纹等局部细观损伤机理也无力描述;另外,对纤维断裂、基体开裂、界面和层间脱粘等局部损伤之间的交互作用、扩展机制更无力反映^[133]。总体上,基于剩余刚度、剩余强度和疲劳模量的3种性能衰减模型,在描述纤维增强复合材料疲劳性能方面,均存在不完整性。

目前提出的寿命预测模型和方法,所考虑的影响因素比较单一而不够全面,所采用的疲劳失效判据往往需要由试验确定,其预测能力受到了很大限制,这也是预测成本高的主要原因。就宏观唯象模型而论,将其用于各种目标复合材料时需要进行相应试验,以获得基本参数。然而,不

同组分、不同铺层角度、不同叠层次序、不同工艺,能使可用结构材料的层板种类趋于“无限多”;事实上,飞行器结构中复合材料层板-结构的形式确实具有多样性,再加上多变的服役工况,这就意味着昂贵的预测成本和繁重的工作量,使得宏观寿命预测模型和方法丧失了被广泛应用的可能性。

借助于有限元软件的渐进疲劳损伤模拟方法虽然是基于单层基本弹性性能和强度参数对层压板进行整体抗疲劳性能分析,预测效率得到了极大提升,但是,不同材料体系的单层基础性能及疲劳性能仍然需要通过试验测定,且铺层的就位效应难以估量,真实层压板在不同加载模式下的损伤起始与扩展路径难以仿真,疲劳破坏更是难以准确判别,使得疲劳寿命及残余性能的预测精度和有效性难以评估。虽然研究者也试图通过多尺度损伤力学模型和方法以减少寿命预测的试验依赖程度,但是从细观组分性能到介观单胞-单层性能再到宏观材料-结构性能的跨尺度关联,本身具有理论和计算方面的难度,且准确性同样需要通过试验进行验证;另外,细观参数通常难以测量,导致细观甚至介观尺度的疲劳损伤演化方程多为经验型表达式,很难合理描述真实的疲劳损伤历程及各向异性损伤耦合效应。

针对复合材料层压板在多级或随机荷载下的损伤累积与寿命预测,所建立的模型依然以宏观唯象模型或经验模型居多,通常应用改进的P-M定律和能量耗散理论进行损伤累积分析,并基于损伤等效原理进行等效寿命折算;部分模型考虑了高-低或低-高加载次序效应,但以两级疲劳加载研究居多;少数模型通过寻求损伤特征量(如裂纹密度、循环滞回能、裂纹长度等)与循环次数的关系,进而建立寿命模型;对随机疲劳情形的研究相对较少。目前的预

测方法通常对真实载荷工况进行理想化、简单化,具有较大的局限性,很少涉及真实服役环境的多种因素对疲劳损伤和寿命的耦合影响,大大降低了预测结果的可参考性和指导性。

根据上述分析,今后的研究重点是清晰的。首先,开发利用先进测量技术从微细观角度深入阐明复合材料的损伤起始、扩展及失稳机制,尤其是复杂应力下的疲劳损伤形式、过程和机理,揭示疲劳损伤进程的特征参量或控制性参量;其次,考虑多轴应力交互作用引起的损伤耦合效应,对疲劳全过程中复合材料的各向异性性能退化进行合理与准确表征,力求建立具有一定物理意义和普适性的损伤演化准则;再次,提出基于多物理机制的疲劳失效理论,建立跨尺度、多因素、高精度的渐进疲劳损伤模拟新方法,实现复杂应力疲劳性能的跨尺度关联,减少试验需求,提高预测效率;最后,需要深入揭示多场、多应力下的各向异性损伤耦合机制及其对损伤演化、微细观裂纹路径与失稳的影响规律和机理,基于多学科理论实现服役环境条件下复合材料复杂疲劳性能的分析预测。

另外,对于耐高温-功能型-承载一体化热结构材料,其服役环境涉及高温、机械载荷以及环境气氛等,在多物理场耦合作用下,材料的宏-细观损伤、破坏过程将变得更加复杂,这就要求对多场耦合损伤演化行为进行多尺度模拟表征,并将现有基于损伤的本构模型及强度理论进行拓展,使其适用于模拟预测多场耦合疲劳性能。

参考文献

- [1] 王育虔,刘展,杜金强.高应力水平下 T700/MTM46 复合材料层压板拉-拉疲劳性能研究[J].玻璃钢/复合材料,2019(4): 31-36.
- [2] 沈真.复合材料及其结构疲劳、损伤和断裂研究概况[J].复合材料学报,1990,7(2): 55-63.
- [3] SHEN Zhen. A review of the research on fatigue, damage and fracture of composite materials and structures[J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 1990, 7(2): 55-63.
- [4] ROSA G L, RISITANO A. Thermographic methodology for rapid determination of the fatigue limit of materials and mechanical components[J]. International Journal of Fatigue, 2000, 22(1): 65-73.
- [5] 莫淑华,赵海涛,张博明,等.电阻法预报 CFRP 层板疲劳损伤演变过程[J].材料科学与工艺,2004,12(2): 186-189.
- [6] MO Shuhua, ZHAO Haitao, ZHANG Bomng, et al. Resistance measuring method on damage evolution and fatigue life prediction for CFRP laminates[J]. Materials Science and Technology, 2004, 12(2): 186-189.
- [7] 程小全,杨琨,胡仁伟,等.缝合复合材料层压板拉伸疲劳损伤及其机理[J].力学学报,2010,42(1): 132-137.
- [8] CHENG Xiaoquan, YANG Kun, HU Renwei, et al. Tensile fatigue damage and its mechanism of stitched composite laminates[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2010, 42(1): 132-137.
- [9] 韩京燮,黄云峰.复合材料疲劳寿命预测[J].复合材料学报,1987,4(1): 16-24.
- [10] HAN Jingxie, HUANG Yunfeng. Fatigue life prediction on composite materials[J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 1987, 4(1): 16-24.
- [11] HWANG W, HAN K S. Cumulative damage models and multi-stress fatigue life prediction[J]. Journal of Composite Materials, 1986, 20(3): 125-153.
- [12] KAWAI M, SUDA H. Effects of non-negative mean stress on the off-axis fatigue behavior of unidirectional carbon/epoxy composites at room temperature[J]. Journal of Composite Materials, 2004, 38(10): 833-854.
- [13] CHEN H S, HWANG S F. A fatigue damage model for composite materials[J]. Polymer Composites, 2009, 30(3): 301-308.
- [14] 程光旭,韦玮,李光哲.复合材料疲劳损伤演化的两阶段模型[J].机械工程材料,2000,24(5): 1-4.
- [15] CHENG Guangxu, WEI Wei, LI Guangzhe. A general two stage model for accumulation of fatigue damage in composite materials[J]. Materials for Mechanical Engineering, 2000, 24(5): 1-4.
- [16] MAO H, MAHADEVAN S. Fatigue damage modelling of composite materials[J]. Composite Structures, 2002, 58: 405-410.
- [17] FARAHANI V A, SHIRAZI A. A fatigue damage model for (0/90) FRP composites based on stiffness degradation of 0° and 90° composite plies[J]. Journal of Reinforced Plastics and Composites, 2007, 26(13): 1319-1336.
- [18] WU F Q, YAO W X. A fatigue damage model of composite materials[J]. International Journal of Fatigue, 2010, 32(1): 134-138.
- [19] LIU H W, ZHANG Z C, JIA H B, et al. A modified composite fatigue damage model considering stiffness evolution for wind turbine blades[J]. Composite Structures, 2020, 233: 111736.
- [20] 穆朋刚,万小朋,赵美英.一种可用于复合材料寿命预测的非线性疲劳损伤累积模型[J].机械科学与技术,2010,29(4): 441-445.
- [21] MU Penggang, WAN Xiaopeng, ZHAO Meiyang. A nonlinear fatigue damage model for life prediction of composite laminates[J]. Mechanical Science and Technology, 2010, 29(4): 441-445.
- [22] SHIRI S, YAZDANI M, MOHAMMAD M P. A fatigue damage accumulation model based on stiffness degradation of composite materials[J]. Materials and Design, 2015, 88: 1290-1295.
- [23] GAO J X, ZHU P N, YUAN Y P, et al. Strength and stiffness degradation modeling and fatigue life prediction of composite materials based on a unified fatigue damage model[J]. Engineering Failure Analysis, 2022, 137: 106290.
- [24] 赵晟,张继文.一种基于复合材料剩余强度的衍生疲劳损伤模型[J].复合材料学报,2020,37(10): 2473-2481.
- [25] ZHAO Sheng, ZHANG Jiwen. A derivative fatigue damage model based on residual strength of composites[J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2020, 37(10): 2473-2481.
- [26] 齐红宇,温卫东,崔海涛.含孔复合材料层压板疲劳寿命预测研究[J].航空动力学报,2003,18(5): 658-661.
- [27] QI Hongyu, WEN Weidong, CUI Haitao. Fatigue life prediction of notched composite material laminates[J]. Journal of Aerospace Power, 2003, 18(5): 658-661.
- [28] 程小全,邹健,杨琨,等.缝合复合材料层压板疲劳寿命预测[J].失效分析与预防,2008,3(4): 8-11.
- [29] CHENG Xiaoquan, ZOU Jian, YANG Kun, et al. Fatigue life predicting model for stitched composite laminates[J]. Failure Analysis and

Prevention, 2008, 3(4): 8–11.

[21] YE L. On fatigue damage accumulation and material degradation in composite materials[J]. Composites Science and Technology, 1989, 36: 339–350.

[22] LIU B, LESSARD L B. Fatigue and damage-tolerance analysis of composite laminates: Stiffness loss, damage-modelling, and life prediction[J]. Composites Science and Technology, 1994, 51: 43–51.

[23] 刘关心, 赵美英, 常楠. 复合材料层压板疲劳模量模型及寿命估算[J]. 机械强度, 2009, 31(5): 817–820.

LIU Guanxin, ZHAO Meiyang, CHANG Nan. Fatigue modulus model and life prediction of composite laminates[J]. Journal of Mechanical Strength, 2009, 31(5): 817–820.

[24] HUANG J, PASTOR M L, GARNIER C, et al. A new model for fatigue life prediction based on infrared thermography and degradation process for CFRP composite laminates[J]. International Journal of Fatigue, 2019, 120: 87–95.

[25] LIAN W, YAO W X. Fatigue life prediction of composite laminates by FEA simulation method[J]. International Journal of Fatigue, 2010, 32(1): 123–133.

[26] WU Z W, FANG G D, FU M Q, et al. Random fatigue damage accumulation analysis of composite thin-wall structures based on residual stiffness method[J]. Composite Structures, 2019, 211(1): 546–556.

[27] 邱睿, 温卫东, 崔海涛. 考虑纤维体积含量的单向层压板材料退化模型[J]. 材料科学与工程学报, 2013, 31(5): 728–731.

QIU Rui, WEN Weidong, CUI Haitao. Material degradation models of unidirectional laminas considering fiber volume fraction[J]. Journal of Materials Science and Engineering, 2013, 31(5): 728–731.

[28] 廉伟, 姚卫星. 复合材料层压板剩余刚度–剩余强度关联模型[J]. 复合材料学报, 2008, 25(5): 151–156.

LIAN Wei, YAO Weixing. Residual stiffness-residual strength coupled model of composite laminates[J]. Acta Materialia Composita Sinica, 2008, 25(5): 151–156.

[29] 宗俊达, 姚卫星. FRP 复合材料剩余刚度退化复合模型[J]. 复合材料学报, 2016, 33(2): 280–286.

ZONG Junda, YAO Weixing. Compound model of residual stiffness degradation for FRP composites[J]. Acta Materialia Composita Sinica, 2016, 33(2): 280–286.

[30] SUZUKI T, MAHFUZ H,

TAKANASHI M. A new stiffness degradation model for fatigue life prediction of GFRPs under random loading[J]. International Journal of Fatigue, 2019, 119: 220–228.

[31] WHITWORTH H A. Modeling stiffness reduction of graphite/epoxy composite laminates[J]. Journal of Composite Materials, 1987, 21(4): 362–372.

[32] WHITWORTH H A. A stiffness degradation model for composite laminates under fatigue loading[J]. Composite Structures, 1998, 40(2): 95–101.

[33] YANG J N, JONES D L, YANG S H, et al. A stiffness degradation model for graphite/epoxy laminates[J]. Journal of Composite Materials, 1990, 24(7): 753–769.

[34] 冯培锋, 杜善义, 王殿富, 等. 层板复合材料的疲劳剩余刚度衰退模型[J]. 固体力学学报, 2003, 24(1): 46–52.

FENG Peifeng, DU Shanyi, WANG Dianfu, et al. Fatigue residual stiffness degradation model for composite laminates[J]. Acta Mechanica Sinica, 2003, 24(1): 46–52.

[35] 王丹勇, 温卫东. 单向层压板拉–拉及压–压疲劳加载材料退化模型[J]. 材料科学与工程学报, 2008, 26(2): 256–259.

WANG Danyong, WEN Weidong. Material degradation models of unidirectional laminas subjected to tension-tension or compression-compression fatigue loadings[J]. Journal of Materials Science and Engineering, 2008, 26(2): 256–259.

[36] 杜双明, 乔生儒. 基于弹性模量变化的 3D-C/SiC 复合材料疲劳损伤演化[J]. 机械强度, 2012, 34(4): 604–607.

DU Shuangming, QIAO Shengru. Damage evolution of 3D-C/SiC Composite during fatigue based on variation of elastic modulus[J]. Journal of Mechanical Strength, 2012, 34(4): 604–607.

[37] R A M A K R I S H N A N V, JAYARAMAN N. Mechanistically based fatigue damage evolution model for brittle matrix fibre reinforced composites[J]. Journal of Materials Science, 1993, 28(20): 5592–5602.

[38] WANG C, ZHANG J W. Experimental and analytical study on residual stiffness-strength of CFRP tendons under cyclic loading[J]. Materials, 2020, 13: 5653.

[39] 贾宝惠, 李顶河, 李伟, 等. 基于疲劳损伤两段论的复合材料刚度降模型研究[J]. 玻璃钢/复合材料, 2010(1): 16–19.

JIA Baohui, LI Dinghe, LI Wei, et al. Research on stiffness reduction of composite laminates based on the two-stage theory of fatigue

damage[J]. Fiber Reinforced Plastics/Composites, 2010(1): 16–19.

[40] TSERPES K I, PAPANIKOS P, LABEAS G, et al. Fatigue damage accumulation and residual strength assessment of CFRP laminates[J]. Composite Structures, 2004, 63: 219–230.

[41] DANIEL I M, CHAREWICZ A. Fatigue damage mechanisms and residual properties of graphite/epoxy laminates[J]. Engineering Fracture Mechanics, 1986, 25(5–6): 793–808.

[42] BROUTMAN L J, SAHU S. A new theory to predict cumulative fatigue damage in fiber-glass reinforced plastics[C]. Composite Materials: Testing and Design (Second Conf.). Philadelphia, 1972.

[43] MOHANDESI J A, MAJIDI B. Fatigue damage accumulation in carbon/epoxy laminated composites[J]. Materials and Design, 2009, 30: 1950–1956.

[44] SCHAFF J R, DAVIDSON B D. Life prediction methodology for composite structures. Part I: Constant amplitude and two stress level fatigue[J]. Journal of Composite Materials, 1997, 31(2): 128–157.

[45] D'AMORE A, GIORGIO M, GRASSIA L. Modeling the residual strength of carbon fiber reinforced composites subjected to cyclic loading[J]. International Journal of Fatigue, 2015, 78: 31–37.

[46] PHILIPPIDIS T P, PASSIPOULARIDIS V A. Residual strength after fatigue in composites: Theory vs. experiment[J]. International Journal of Fatigue, 2007, 29(12): 2104–2116.

[47] YAO W X, HIMMEL N. A new cumulative fatigue damage model for fiber reinforced plastics[J]. Composites Science and Technology, 2000, 60: 59–64.

[48] ADAM T, DICKSON R F, JONES C, et al. A power law fatigue damage model for fibre-reinforced plastic laminates[J]. Journal of Mechanical Engineering Science, 1986, 200(3): 155–66.

[49] 吴富强, 姚卫星. 纤维增强复合材料剩余强度衰减模型[J]. 南京航空航天大学学报, 2008, 40(4): 517–520.

WU Fuqiang, YAO Weixing. Residual strength degradation model of fiber reinforced plastic[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2008, 40(4): 517–520.

[50] BIAN W F, GUO J Z, DU S Y. Residual strength model for composite laminates[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2010, 17(3):

424-426.

- [51] D'AMORE A, CAPRINO G, ZHOU J, et al. Effect of stress ratio on the flexural fatigue behaviour of continuous strand mat reinforced plastics[J]. Science and Engineering of Composite Materials, 1996, 5(1): 1-8.
- [52] YANG J N, LIU M D. Residual strength degradation model and theory of periodic proof tests for graphite/epoxy laminates[J]. Journal of Composite Materials, 1977, 11(2): 176-203.
- [53] HAHN H T, KIM R Y. Proof testing of composite materials[J]. Journal of Composite Materials, 1975, 9: 297-311.
- [54] HASHIN Z. Cumulative damage theory for composite materials: Residual life and residual strength methods[J]. Composites Science and Technology, 1985, 23(1): 1-19.
- [55] SARKANI S, MICHAELOV G, KIHIL D P, et al. Comparative study of nonlinear damage accumulation models in stochastic fatigue of FRP laminates[J]. Journal of Structural Engineering, 2001, 127(3): 314-322.
- [56] 冯培锋, 王殿富, 杜善义, 等. 复合材料层板基于剩余刚度比的剩余强度模型[J]. 应用力学学报, 2001, 18(1): 40-44, 157.
- FENG Peifeng, WANG Dianfu, DU Shanyi, et al. A fatigue residual strength model for composite laminates based on residual stiffness ratio[J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2001, 18(1): 40-44, 157.
- [57] WHITWORTH H A. Evaluation of the residual strength degradation in composite laminates under fatigue loading[J]. Composite Structures, 2000, 48: 261-264.
- [58] HWANG W, HAN K S. Fatigue of composites-fatigue modulus concept and life prediction[J]. Journal of Composite Materials, 1986, 20(2): 154-165.
- [59] YANG J N, LEE L J, SHEU D Y. Modulus reduction and fatigue damage of matrix dominated composite laminates[J]. Composite Structures, 1992, 21: 91-100.
- [60] 张开达. 碳纤维/双马复合材料层板疲劳损伤累积和寿命估算[J]. 航空学报, 1997, 10(5): 113-114.
- ZHANG Kaida. Fatigue damage cumulation and life prediction for carbon/bismaleimide composite laminates[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 1997, 10(5): 113-114.
- [61] 李亚智, 张开达, 张博平. 一种FRP累积损伤模型及其在结构疲劳寿命估算中的应用[J]. 应用力学学报, 2003, 20(1): 54-58, 161.
- LI Yazhi, ZHANG Kaida, ZHANG Boping. A FRP cumulative damage model and its application to fatigue life evaluation of composite laminates[J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2003, 20(1): 54-58, 161.
- [62] BASQUIN O H. The exponential law of endurance test[J]. ASTM STP, 1910, 10: 625-630.
- [63] STROMEYER C E. The determination of fatigue limits under alternating stress conditions[J]. Proceedings of the Royal Society A, 1914, 90: 411-425.
- [64] XIAO X R. Modeling of load frequency effect on fatigue life of thermoplastic composites[J]. Journal of Composite Materials, 1999, 33(12): 1141-1158.
- [65] KOHOUT J, VĚCHET S. A new function for fatigue curves characterization and its multiple merits[J]. International Journal of Fatigue, 2001, 23(2): 175-183.
- [66] SENDECKYJ G P. Fitting models to composite materials fatigue data[J]. ASTM STP, 1981, 734: 245-260.
- [67] 金宏彬. 复合材料疲劳 $S-N$ 曲线的建模[J]. 玻璃钢/复合材料, 1999(6): 18-20.
- JIN Hongbin. Modelling fatigue $S-N$ curves of composite materials[J]. Fiber Reinforced Plastics/Composites, 1999(6): 18-20.
- [68] REVUELTA D, CUARTERO J, MIRAVETE A, et al. A new approach to fatigue analysis in composites based on residual strength degradation[J]. Composite Structures, 2000, 48: 183-186.
- [69] 吴富强, 姚卫星. 一种复合材料层压板的 $S-N$ 曲线模型[J]. 机械强度, 2004, 26(S): 127-129.
- WU Fuqiang, YAO Weixing. $S-N$ curve model of composite laminate[J]. Journal of Mechanical Strength, 2004, 26(S): 127-129.
- [70] WU F Q, YAO W X. A model of the fatigue life distribution of composite laminates based on their static strength distribution[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2008, 21(3): 241-246.
- [71] MU P G, WAN X P, ZHAO M Y. A new $S-N$ curve model of fiber reinforced plastic composite[J]. Key Engineering Materials, 2011, 462-463: 484-488.
- [72] FENG Y, MA B L, ZHANG T J, et al. Reliability fatigue life and a new $S-N$ curve model of composite laminates under tensile-tensile fatigue load[J]. Applied Composite Materials, 2021, 28: 129-148.
- [73] BURHAN I, KIM HS. $S-N$ curve models for composite materials characterization: An evaluative review[J]. Journal of Composite Science, 2018, 2: 38.
- [74] KIM H S, ZHANG J P. Fatigue damage and life prediction of glass-vinyl ester composites[J]. Journal of Reinforced Plastics and Composites, 2001, 20(10): 834-848.
- [75] POURSAITIP A, BEAUMONT PWR. The fatigue damage mechanics of a carbon fibre composite laminate: II—Life prediction[J]. Composites Science and Technology, 1986, 25(4): 283-299.
- [76] EPAARACHCHI J A, CLAUSEN P D. An empirical model for fatigue behavior prediction of glass fibre-reinforced plastic composites for various stress ratios and test frequencies[J]. Composites: Part A, 2003, 34: 313-326.
- [77] JESSEN S M, PLUMTREE A. Continuum damage mechanics applied to cyclic behaviour of a glass fibre composite pultrusion[J]. Composites, 1991, 22(3): 181-190.
- [78] FLORE D, WEGENER K. Modelling the mean stress effect on fatigue life of fiber reinforced plastics[J]. International Journal of Fatigue, 2016, 82(3): 689-699.
- [79] 邓扬晨, 章怡宁, 酆正能. 复合材料中/长寿命区 $S-N$ 曲线方程[J]. 飞机设计, 2001(3): 26-28.
- DENG Yangchen, ZHANG Yining, LI Zhengneng. The composite $S-N$ curve equation on middle and long fatigue life range[J]. Aircraft Design, 2001(3): 26-28.
- [80] EPAARACHCHI J A, CLAUSEN P D. A new cumulative fatigue damage model for glass fibre reinforced plastic composites under step/discrete loading[J]. Composites: Part A, 2005, 36: 1236-1245.
- [81] ZHANG W, ZHOU Z, ZHANG B, et al. A phenomenological fatigue life prediction model of glass fiber reinforced polymer composites[J]. Materials and Design, 2015, 66: 77-81.
- [82] WYZGOSKI M G, NOVAK G E. Predicting fatigue $S-N$ (stress-number of cycles to fail) behavior of reinforced plastics using fracture mechanics theory[J]. Journal of Materials Science, 2005, 40: 295-308.
- [83] JÚNIOR RCSF, BELÍSIO A S. Probabilistic $S-N$ curves using exponential and power laws equations[J]. Composites: Part B, 2014, 56: 582-590.
- [84] GAO J X, AN Z W, KOU H X. Fatigue life prediction of wind turbine rotor blade composites considering the combined effects of stress amplitude and mean stress[J]. Journal of Risk and Reliability, 2018, 232(6): 598-606.

- [85] ARUTYUNYAN A R. A fatigue-fracture criterion for composite materials[J]. Doklady Physics, 2019, 64(10): 394–396.
- [86] ADAM T, GATHERCOLE N, REITER H, et al. Fatigue life prediction for carbon fibre composites[J]. Advanced Composites Letters, 1992, 1(1): 23–26.
- [87] SIMS D F, BROGDON V H. Fatigue behaviour of composites under different loading modes[J]. ASTM STP, 1977, 636: 185–205.
- [88] JEN M H R, LEE C H. Strength and life in thermoplastic composite laminates under static and fatigue loads. Part II: Formulation[J]. International Journal of Fatigue, 1998, 20(9): 617–629.
- [89] SMITH E W, PASCOE K J. Biaxial fatigue of glass-fibre reinforced composite. Part I: Fatigue and fracture behaviour[M]//BROWN M, MILLER K J. Biaxial and multiaxial fatigue EGF 3. London: Mechanical Engineering Publications, 1989.
- [90] PHILIPPIDIS T P, VASSILOPOULOS A P. Fatigue strength prediction under multiaxial stress[J]. Journal of Composite Materials, 1999, 33(17): 1578–1599.
- [91] KAWAI M, TERANUMA T. A multiaxial fatigue failure criterion based on the principal constant life diagrams for unidirectional carbon-epoxy laminates[J]. Composites: Part A, 2012, 43: 1252–1266.
- [92] STRIZHIUS V E. Fatigue life estimation for layered composites under a plane stress state with the use of a nonlinear fatigue damage accumulation model[J]. Mechanics of Composite Materials, 2019, 55(4): 495–502.
- [93] ELLYIN F, KADI H E. A fatigue failure criterion for fiber reinforced composite laminae[J]. Composite Structures, 1990, 15(1): 61–74.
- [94] KADI H E, ELLYIN F. Effect of stress ratio on the fatigue of unidirectional glass fibre/epoxy composite laminae[J]. Composites, 1994, 25(10): 917–924.
- [95] PLUMTREE A, CHENG G X. A fatigue damage parameter for off-axis unidirectional fiber-reinforced composites[J]. International Journal of Fatigue, 1999, 21: 849–856.
- [96] PETERMANN J, PLUMTREE A. A unified fatigue failure criterion for unidirectional laminates[J]. Composites: Part A, 2001, 32: 107–118.
- [97] SHOKRIEH M M, BEHROOZ T F. A unified fatigue life model based on energy method[J]. Composite Structures, 2006, 75: 444–450.
- [98] FARAHANI A V, HAFTCHENARI H, PANBECHI M. An energy-based fatigue damage parameter for off-axis unidirectional FRP composites[J]. Composite Structures, 2007, 79: 381–389.
- [99] WENG J M, WEN W D, ZHANG H J. Multiaxial fatigue life prediction of composite materials[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2017, 30(3): 1012–1020.
- [100] HASHIN Z, ROTEM A. A fatigue failure criterion for fiber reinforced materials[J]. Journal of Composite Materials, 1973, 7(4): 448–464.
- [101] ROTEM A, HASHIN Z. Fatigue failure of angle ply laminates[J]. AIAA Journal, 1976, 14(7): 868–872.
- [102] HASHIN Z. Fatigue failure criteria for unidirectional fiber composites[J]. Journal of Applied Mechanics, 1981, 48: 846–852.
- [103] REIFSNIDER K L, GAO Z J. A micromechanics model for composites under fatigue loading[J]. International Journal of Fatigue, 1991, 13(2): 149–156.
- [104] SHOKRIEH M M, LESSARD L B. Progressive fatigue damage modeling of composite materials, Part I: Modeling[J]. Journal of Composite Materials, 2000, 34(13): 1056–1080.
- [105] PAPANIKOS P, TSERPES K I, PANTELAKIS S P. Modelling of fatigue damage progression and life of CFRP laminates[J]. Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures, 2003, 26(1): 37–47.
- [106] 徐颖, 温卫东, 崔海涛. 复合材料层压板疲劳逐渐累积损伤寿命预测方法[J]. 航空动力学报, 2007, 22(4): 602–607.
- XU Ying, WEN Weidong, CUI Haitao. Progressive fatigue damage analysis method of laminated composites[J]. Journal of Aerospace Power, 2007, 22(4): 602–607.
- [107] SATAPATHY M R, VINAYAK B G, JAYAPRAKASH K, et al. Fatigue behavior of laminated composites with a circular hole under in-plane multiaxial loading[J]. Materials and Design, 2013, 51: 347–356.
- [108] KRÜGER H, ROLFES R. A physically based fatigue damage model for fibre-reinforced plastics under plane loading[J]. International Journal of Fatigue, 2015, 70: 241–251.
- [109] DONG H, LI Z, WANG J, et al. A new fatigue failure theory for multidirectional fiber-reinforced composite laminates with arbitrary stacking sequence[J]. International Journal of Fatigue, 2016, 87: 294–300.
- [110] STRIZHIUS V. Fatigue failure criterion of laminated composites under a complex stress-strain state[J]. Mechanics of Composite Materials, 2016, 52(3): 369–378.
- [111] ZHAO L B, SHAN M, HONG H, et al. A residual strain model for progressive fatigue damage analysis of composite structures[J]. Composite Structures, 2017, 169: 69–78.
- [112] UNNTHORSSON R, RUNARSSON T P, JONSSON M T. Acoustic emission based fatigue failure criterion for CFRP[J]. International Journal of Fatigue, 2008, 30(1): 11–20.
- [113] NADERI M, KHONSARI M M. A comprehensive fatigue failure criterion based on thermodynamic approach[J]. Journal of Composite Materials, 2012, 46(4): 437–447.
- [114] 杨忠清, 姚卫星, 胡伟峰. 复合材料层合板疲劳寿命分析的系列单元失效模型[J]. 南京航空航天大学学报, 2007, 39(1): 6–10.
- YANG Zhongqing, YAO Weixing, HU Weifeng. Element failure model in series for fatigue life prediction of composite laminates[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2007, 39(1): 6–10.
- [115] GAO Z J. A cumulative damage model for fatigue life of composite laminates[J]. Journal of Reinforced Plastics and Composites, 1994, 13(2): 128–141.
- [116] 邓京兰, 王继辉, 郭月琴. 复合材料层板疲劳损伤寿命的预测[J]. 武汉工业大学学报, 1997, 19(3): 144–147.
- DENG Jinglan, WANG Jihui, WU Yueqin. The evaluation of fatigue damage life of composite laminates[J]. Journal of Wuhan University of Technology, 1997, 19(3): 144–147.
- [117] AKSHANTALA N V, TALREJA R. A micromechanics based model for predicting fatigue life of composite laminates[J]. Materials Science and Engineering A, 2000, 285(1–2): 303–313.
- [118] LI C, ELLYIN F, WHARMBY A. A damage meso-mechanical approach to fatigue failure prediction of cross-ply laminate composites[J]. International Journal of Fatigue, 2002, 24(2–4): 429–435.
- [119] 轩福贞, 孙树勋, 汤红卫, 等. 复合材料层板疲劳损伤的有效能耗分析法[J]. 复合材料学报, 1997, 14(3): 115–124.
- XUAN Fuzhen, SUN Shuxun, TANG Hongwei, et al. Effective energy dissipation analysis method for fatigue damage of laminated

composites[J]. *Acta Materiae Compositae Sinica*, 1997, 14(3): 115–124.

[120] XIONG J J, SHENOI R A. A two-stage theory on fatigue damage and life prediction of composites[J]. *Composites Science and Technology*, 2004, 64: 1331–1343.

[121] FAWAZ Z, ELLYIN F. A new methodology for the prediction of fatigue failure in multidirectional fiber-reinforced laminates[J]. *Composites Science and Technology*, 1995, 53: 47–55.

[122] LLOBET J, MAIMÍ P, ESSA Y, et al. A continuum damage model for composite laminates: Part III—Fatigue[J]. *Mechanics of Materials*, 2021, 153: 103659.

[123] 董兴建, 李亚智, 孟光. 复合材料层压板疲劳寿命预测方法[J]. *上海交通大学学报*, 2004, 38(10): 1748–1752.

DONG Xingjian, LI Yazhi, MENG Guang. Life prediction methodology for composite laminates[J]. *Journal of Shanghai Jiaotong University*, 2004, 38(10): 1748–1752.

[124] 邓永涛, 万小朋, 赵美英. 基于疲劳模量的复合材料层压板疲劳寿命预测方法[J]. *科学技术与工程*, 2008, 8(8): 2129–2133.

DENG Yongtao, WAN Xiaopeng, ZHAO Meiyang. Life prediction methodology for composite laminates based on fatigue modulus[J].

Science Technology and Engineering, 2008, 8(8): 2129–2133.

[125] 景钊, 孙秦. 复合材料多向层压板疲劳寿命预测[J]. *固体火箭技术*, 2013, 36(2): 237–242.

JING Zhao, SUN Qin. Fatigue life prediction of multidirectional composite laminate[J]. *Journal of Solid Rocket Technology*, 2013, 36(2): 237–242.

[126] 黄志远, 李亚智, 郭晓波. 考虑三维应力的复合材料层压板疲劳寿命分析[J]. *复合材料学报*, 2010, 27(1): 173–178.

HUANG Zhiyuan, LI Yazhi, GUO Xiaobo. Fatigue life prediction of composite laminates incorporating 3D stress analysis[J]. *Acta Materiae Compositae Sinica*, 2010, 27(1): 173–178.

[127] S A Y Y I D M O U S A V I A, BOUGHERARA H, FAWAZ Z. A multiscale approach for fatigue life prediction of polymer matrix composite laminates[J]. *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, 2015, 34(13): 1099–1109.

[128] LÜDERS C, KRAUSE D, KREIKEMEIER J. Fatigue damage model for fibre-reinforced polymers at different temperature considering stress ratio effects[J]. *Journal of Composite Materials*, 2018, 52(29): 4023–4050.

[129] MOHAMMADI B, FAZLALI B, MAJD SD. Development of a continuum damage model for fatigue life prediction of laminated composites[J]. *Composites Part A*, 2017, 93: 163–176.

[130] FANG E, CUI X, LUA J. A continuum damage and discrete crack-based approach for fatigue response and residual strength prediction of notched laminated composites[J]. *Journal of Composite Materials*, 2017, 51(15): 2203–2225.

[131] LIU Y, MAHADEVAN S. Probabilistic fatigue life prediction of multidirectional composite laminates[J]. *Composite Structures*, 2005, 69(1): 11–19.

[132] CORBETTA M, SBARUFATTI C, GIGLIO M, et al. A Bayesian framework for fatigue life prediction of composite laminates under coexisting matrix cracks and delamination[J]. *Composite Structures*, 2018, 187: 58–70.

[133] 童小燕, 万小朋, 孙秦, 等. 复合材料的疲劳寿命预测[J]. *机械强度*, 1995, 17(3): 94–100.

TONG Xiaoyan, WAN Xiaopeng, SUN Qin, et al. Fatigue life prediction of composite material structures and components[J]. *Journal of Mechanical Strength*, 1995, 17(3): 94–100.

Models and Methodologies for Fatigue Property Prediction of Composite Laminates

YANG Chengpeng¹, FENG Weisen¹, LIN Jiangrong¹, ZHENG Ruyue¹, JIA Fei²

(1. Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China;

2. Xidian University, Xi'an 710071, China)

[ABSTRACT] Significant progress has been achieved in the research field of characterization models and methodologies for uniaxial and multiaxial fatigue properties of laminated composite structures. In this paper, the damage curve models, residual stiffness models, residual strength models, fatigue modulus models and $S-N$ curve models for fatigue damage evolution were reviewed, aiming at analyzing and predicting fatigue property of fiber reinforced composite laminates. Furthermore, the fatigue failure criteria and fatigue life predicting models and methodologies were summarized and analyzed. Meanwhile, the deficiency in fatigue research of composite materials was elaborated. The research shows that the theoretical models of fatigue damage evolution and life prediction are mostly macroscopic phenomenological models, and rarely involve micro-damage forms and mechanisms. Although the finite element method for life prediction of multidirectional laminates has wide applicability, it is not enough to simulate the real damage path and course of composite materials. Based on this analysis, the key future research direction of fatigue damage and life of composites was prospected.

Keywords: Composite materials; Fatigue life; Damage evolution; Fatigue criterion; Complex stress

(责编 大漠)